



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 2023$ و $b = 1444$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5

(2) أ) بين أن: $b \equiv -1[5]$

ب) تحقق أن العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5

(3) أ) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = 5n - 2$

(1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

(2) أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) بين أن العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم استنتج رتبته.

(4) تحقق أن: $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$

(5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3 = 13$ و $v_{10} = 48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n



التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

(1) (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x-2)$

ب) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقق أن: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة (T)

(4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

ج) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و (C_f)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 1945$ و $b = 2024$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7

ب) بين أن: $a \equiv -1[7]$

(2) استنتج أن العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7

(3) بين أن العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7

(4) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q = 2$ و $u_2 + u_3 = 60$

(1) بين أن: $u_0 = 5$

(2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

(3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$

ج) استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

(4) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = -x^3 + 3x + 2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أن الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة g



(3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2 - x)(x + 1)^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

ج) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامل محوري الإحداثيات.

(4) (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

تحقّق أنّ: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T)

(5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و (C_g)