



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $2^n$  على 5 .
- (2) عيّن العدد الطبيعي  $a$  بحيث يكون:  $2018 = 4a + 2$  .
- (3) بين أنّ العدد:  $2^{2018} + 2017^8 - 5$  يقبل القسمة على 5.
- (4) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $12^n \equiv 2^n [5]$  و  $(-3)^n \equiv 2^n [5]$  .  
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$  .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- (1)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $u_n = n^2 - 1$ 
  - المتتالية  $(u_n)$  : أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة
- (2)  $(v_n)$  متتالية هندسية حدها الأول  $v_1 = 3$  و أساسها  $q = 2$ 
  - عبارة الحد العام للمتتالية  $(v_n)$  هي:
- أ)  $v_n = 3 \times 2^n$  ب)  $v_n = 3 \times 2^{n-1}$  ج)  $v_n = 2 \times 3^n$ 
  - المجموع  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  يساوي :
- أ)  $3(2^n - 1)$  ب)  $(2^n - 1)$  ج)  $2(3^n - 1)$

(3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللبس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

- أ)  $\frac{1}{3}$  ب)  $\frac{3}{10}$  ج)  $\frac{7}{10}$

احتمال الحصول على كرتة تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(أ)  $\frac{9}{10}$  (ب)  $\frac{3}{10}$  (ج)  $\frac{1}{10}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^3 - 3x^2$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ .

(2) أ) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

(4) اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) أ) تحقّق من أنّ النقطة  $O$  (مبدأ المعلم) والنقطة  $A$  ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(6) حلّ في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراجحة:  $f(x) > 0$ .

(7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$  ، ثم حلّ المعادلة  $f(x) = -4$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

- $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان غير معدومين حيث  $a = 4b + 6$  .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 4 .
  - (2) بيّن أنّ  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 3 .
  - (3) نضع  $b = 489$  .
  - (أ) تحقّق أنّ  $a \equiv -1[13]$  .
  - (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^{2018} + 40^{2968}$  على 13 .
  - (ج) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $a^{2n} + n + 3$  قابلا للقسمة على 13 .

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

- $(u_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول  $u_0$  و أساسها  $q$  حيث:
- $$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$
- (1) بيّن أنّ  $u_1 = 24$  ، ثم استنتج قيمة  $u_0$  .
  - (2) بيّن أنّ  $q = 4$  ، ثم اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
  - (3) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$  ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .
  - (4) احسب  $4^4$  ، ثم تحقّق أنّ العدد 1536 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  و عيّن رتبته .
  - (5) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

- $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- I. عيّن العدد الحقيقي  $a$  بحيث يشمل المنحنى  $(C_f)$  النقطة  $O$  مبدأ المعلم.



II. نضع  $a = 3$  .

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  :  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C_f)$  .

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن  $-1$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$  .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(4)  $b$  عدد حقيقي،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = 3x + b$  .

عين العدد  $b$  حتى يكون المستقيم  $(\Delta)$  مماساً للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -2$

(5) ارسم المنحنى  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الثاني