

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(V_n) متتالية هندسية حدّها الأول $V_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن V_n بدلالة n .

ب) احسب بدلالة n الفرق $V_{n+1} - V_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (V_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددين 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O ، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.

I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f :

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

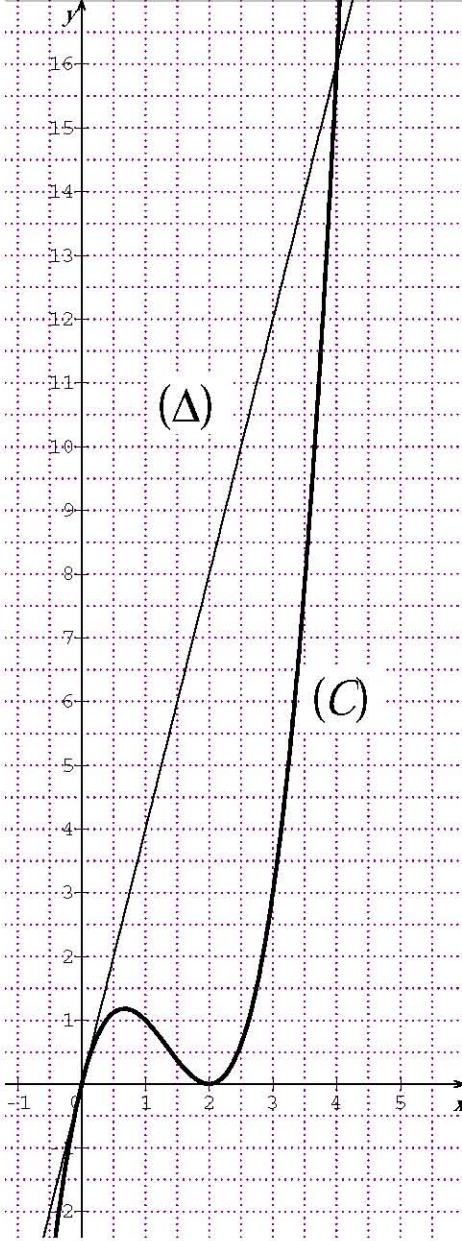
ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أن: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ) .

4- بيّن أن، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m ، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متميزة.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها 5 بحيث: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$.
- 1- احسب u_0 .
 - 2- بين أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 5n + 1$.
 - 3- عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$.
 - 4- احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$.
 - 5- المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 1$.
- (أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (v_n) .
- (ب) احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.
- 1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.
 - 2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.
 - 3- (أ) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.
- (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.
- 4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$ و (C) المنحنى البياني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- بين أنّه، من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ ، $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$.
 - 2- هل النقطة $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C) ؟

3- أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

ب) استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4- احسب $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

5- جد فواصل نقط المنحنى (C) ، التي يكون معامل توجيّه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$.

6- جد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.

7- عيّن، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه.

