



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

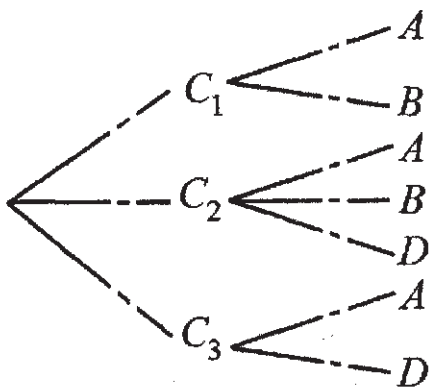
الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 بطاقات متماثلة مرقمة ب: 1، 1، 2، 3، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 6 كرات متماثلة موزعة كما يلي: 4 كرات حمراء و 2 خضراوان (لا نفرق بين البطاقات ولا بين الكرات باللمس).
نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق U_1 :

- إذا حصلنا على الرقم 1 نسحب عشوائيا من U_2 كرة واحدة.
 - وإذا حصلنا على الرقم 2 نسحب عشوائيا من U_2 كرتين في آن واحد.
 - وإذا حصلنا على الرقم 3 نسحب عشوائيا من U_2 ثلاث كرات في آن واحد.
- نعتبر الحوادث الآتية، C_i : « البطاقة المتحصلة عليها تحمل الرقم i » حيث $i \in \{1; 2; 3\}$
- A : « الحصول على كرات حمراء فقط » ، B : « الحصول على كرات خضراء فقط »
 D : « الحصول على كرات ليست كلها من نفس اللون »



$$(1) \text{ أ) بيّن أن: } P_{C_2}(B) = \frac{1}{15} \text{ و } P_{C_3}(D) = \frac{4}{5}$$

ب) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

ج) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(D)$

(2) احسب احتمال أن تكون البطاقة المتحصلة عليها تحمل الرقم 3

علما أن الكرات المسحوبة حمراء.

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المتحصلة عليها.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(75X + 1917)$

(4) إذا كان عدد الكرات الحمراء في الصندوق U_2 هو $n + 4$ حيث n عدد طبيعي.

- جد قيمة n التي من أجلها يكون $P_{C_3}(A) = \frac{7}{15}$



التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - 8 + 6i)(z^2 - 2z + 4) = 0$

ب) جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $8 - 6i$

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحتقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = iz_A$ و $z_C = -z_A$

(1) تحقق أن: $z_A - z_B = i(z_C - z_B)$ ثم بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

(2) أ) اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة، يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(3) النقطة D هي نظيرة B بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

- بين أن الرباعي $ABCD$ مربع.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $7x - 13y = 29 \dots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 - 3y_0 = 3$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

ج) عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي من أجلها يكون: $|x - y - 5| \leq 6$

(2) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب) بين أن العدد $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3}$ يقبل القسمة على 5

(3) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $\begin{cases} n \equiv 0[4] \\ 3^{x+y} + 19 \times 3^n - 2n \equiv 0[5] \end{cases}$ و $(x; y)$ حل طبيعي للمعادلة (E)

(4) A عدد طبيعي يكتب $5\alpha 2\beta$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 حيث α و β عدنان طبيعيان و $0 < \beta < \alpha$

- جد α و β حتى يكون: $A \equiv 4[5]$ ثم اكتب A في النظام العشري.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (8 - 4x)e^x + 16$$

- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $2,37 < \alpha < 2,38$

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$g(1)$	
	16		$-\infty$



(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + 4x}{e^x + 4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وفسرها هندسيا.

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 4)^2}$ ،

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) أ) ارسم (Δ) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \approx 1,4$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m حتى تقبل المعادلة $f(x) = \ln(m)$ حلّين مختلفين.

(5) أ) أثبت أنه: من أجل كل x من $[1; +\infty[$ ، $\frac{e^x}{e^x + 4} \leq f(x) \leq x$

ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها: $x=2$ ، $x=1$ ، $y=0$

- بين أن: $\ln\left(\frac{e^2 + 4}{e + 4}\right) \leq \mathcal{A} \leq \frac{3}{2}$

(6) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = (e^n + 4)f(n)$

- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

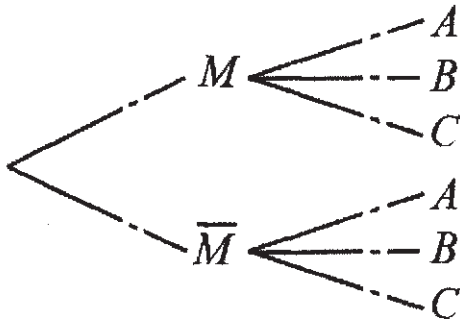


الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات منها: 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء ويحتوي صندوق U_2 على 7 كرات منها: كرتان بيضاوان و 5 كرات حمراء (جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)
نلقي نردا متوازنا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي.
- إذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كرتين على التوالي دون إرجاع.
- في الحالات الأخرى، نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كرتين على التوالي دون إرجاع.
نعتبر الحوادث الآتية:



M : « ظهور رقم مضاعف للعدد 3 »

A : « الحصول على كرتين بيضاوين »

B : « الحصول على كرتين حمراوين »

C : « الحصول على كرتين من لونين مختلفين »

(1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) نعتبر الحادثتين G : « الحصول على كرتين من نفس اللون » ، H : « الحصول على كرتي حمراء على الأقل »

- بين أن: $P(G) = \frac{31}{63}$ ثم احسب $P(H)$

(3) احسب $P_G(M)$ احتمال ظهور رقم مضاعف للعدد 3 علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون.

(4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين عدد الألوان المتحصل عليها.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(63X + 1350)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z^2 + 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 6) = 0$

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 - i$ ، $z_B = -z_A$ و $z_C = \sqrt{3}(1 + i)$

(1) اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

(2) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم المثلي وبيّن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

(3) أ) عيّن لاحقة النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب نصف قطرها.

ب) النقطة D هي نظيرة C بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

- بين أن الرباعي $ACBD$ معين.



التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $7x - 8y = 2 \dots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(5; 6)$ حلّ لها.

(ب) نضع: $d = PGCD(x; y)$ و $m = PPCM(x; y)$ حيث $(x; y)$ حلّ للمعادلة (E)

– جد القيم الممكنة للعدد d ثم عيّن الثنائيات $(x; y)$ بحيث يكون: $d = 2$ و $m = 510$

(2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $a = 8n + 6$ و $b = 8n^2 - 18n - 10$

(أ) تحقّق أنّ: $b = (n - 3)a + 8$ ثم بيّن أنّ: $PGCD(a; b) = PGCD(a; 8)$

(ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $PGCD(a; b) = 2$

(3) A و B عدنان طبيعيان يكتبان 7676 و 101 على الترتيب في نظام التعداد ذي الأساس α

و C عدد طبيعي يكتب 88 في نظام التعداد ذي الأساس β

(أ) بيّن أنّ: $A = B \times C$ تكافئ $(\alpha^2 + 1)(7\alpha - 8\beta - 2) = 0$

(ب) عيّن أصغر قيمة لكلّ من العددين α و β حتى يكون $A = B \times C$ ثم اكتب B في النظام العشري.

(ج) اكتب العدد 197 في نظام التعداد ذي الأساس 12

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 \ln x$

– ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم احسب $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كلّ $x > 0$ ، $f(x) = \frac{x}{1 + x^2 \ln x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بيّن أنّ f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين وفسر النتيجة هندسيا.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (T) ذي المعادلة $y = x$

(2) (أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x > 0$ ، $f'(x) = \frac{1 - x^2 - x^2 \ln x}{(1 + x^2 \ln x)^2}$

(ب) ادرس إشارة كلّ من العبارتين $1 - x^2$ و $-x^2 \ln x$ على $]0; +\infty[$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$

(ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ) ارسم (T) و (C_f) ب) عَيِّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m^2$ حلاً على الأقل.(4) أ) بَيِّن أَنَّهُ: إذا كان $1 \leq x \leq e$ فَإِنَّ $\frac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq 1$ ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحَيِّز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها: $x=e$ ، $x=1$ ، $y=0$ - بَيِّن أَن: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e^2+1}{2}\right) \leq \mathcal{A} \leq e-1$ (5) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \frac{1}{f(e^n)} - ne^n$ أ) تحَقَّق أَنَّهُ: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{e^n}$ ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$