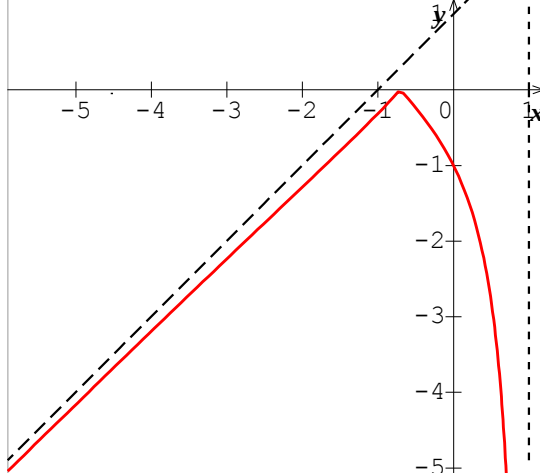


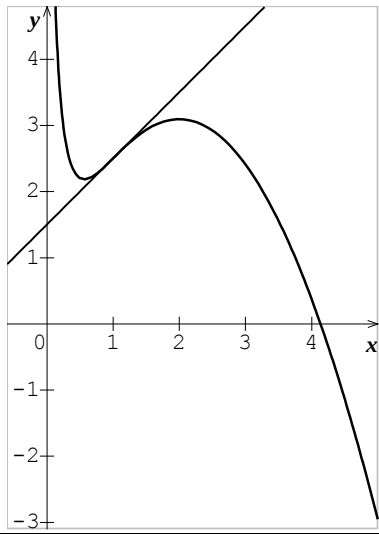
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)						
مجموع	مجزأة							
التمرين الأول (04 نقاط)								
1	0.5	n		3k	3k + 1	3k + 2	أ- بواقي القسمة الإقليدية	
		بواقي قسمة 2^n على 7		1	2	4	للعدد 2^n على 7	
	0.5	ب- 6^{2n} = 36^n ومنه 6^{2n} \equiv 1[7]						
		n		2k	2k + 1			
		بواقي قسمة 6^n على 7		1	6			
1	0.5	لدينا 2021^{2022} \equiv (-2)^{2022} [7] ومنه 2021^{2022} \equiv 1[7]						
	0.5	ومنه 1962^{1443} \equiv 2^{3k} [7] ومنه 1962^{1443} \equiv 1[7] ومنه (2021^{2022} + 1962^{1443})^{1954} - 2 \equiv 0[7]						
2	0.25×4	n	6k	6k + 1	6k + 2	6k + 3	6k + 4	6k + 5
		2^n	1	2	4	1	2	4
		6^n	1	6	1	6	1	6
		a_n	2	1	5	0	3	3
	0.5	ب- لدينا a_n = 2^n + 6^n و منه a_{n+6} = 2^{n+6} + 6^{n+6} = 2^6 \times 2^n + 6^6 \times 6^n اذن a_{n+6} \equiv 2^n + 6^n [7] وبالتالي a_{n+6} \equiv a_n [7] ومنه S_{n+6} \equiv S_n [7]						
0.25	ج. لدينا S_n = \sum_{k=0}^{n-1} 2^k + \sum_{k=0}^{n-1} 6^k = 2^{n+1} - 1 + \frac{6^{n+1} - 1}{5}							
0.25	و منه 5S_n = 5 \times 2^{n+1} + 6^{n+1} - 6 اذن S_n \equiv 2^{n+1} + 3 \times 6^{n+1} + 3 [7] و عليه S_n \equiv 0 [7] يكافئ n = 6k + 5							
التمرين الثاني: (04 نقاط)								
1	0.5 + 0.5	صحيح لأن : v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n + \frac{4\beta + \alpha}{5}						
1	0.5 + 0.5	صحيح لأن : u_n = \ln \sqrt{e^{n \cdot \ln 2}} = n \times \ln \sqrt{2}						
1	0.5 + 0.5	خاطئ لأن: لدينا x \equiv 3[7] و x \equiv 1[3] و منه x = 7k + 3 و 7k + 3 \equiv 1[3] اذن k = 3k' + 1 و عليه x = 21k' + 10 أي x \equiv 10[21] (تقبل طرائق اخرى)						
		صحيح لأن : f(-x) + f(x) = 0						
1	0.5 + 0.5							

التمرين الثالث: (05 نقاط)											
1.75	0.25 0.5	$f(x) - x = \frac{5-x}{2x+1} - 1$<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الوضعية</td><td>(C) أعلى (Δ)</td><td colspan="2">(C) أسفل (Δ)</td></tr></table>	x	0	5	$+\infty$	الوضعية	(C) أعلى (Δ)	(C) أسفل (Δ)		1
	x	0	5	$+\infty$							
	الوضعية	(C) أعلى (Δ)	(C) أسفل (Δ)								
	0.25×3 0.25	ب- تمثيل الحدود 									
	التخمين: (un) متزايدة تماما										
1.5	0.5+0.25	أ - البرهان بالتراجع لدينا $2 \leq u_0 < 5$ وإذا كان $2 \leq u_n < 5$ فإن $f(2) \leq f(u_n) < f(5)$ أي $\frac{13}{5} \leq u_{n+1} < 5$ ومنه $2 \leq u_{n+1} < 5$	2								
	0.5 0.25	ب - لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{5-u_n}{2u_n+1} > 0$ ومنه (un) متزايدة تماما (un) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة									
0.5	0.5	$5 - u_{n+1} = 5 - \frac{2u_n^2+5}{2u_n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+1}(5 - u_n)$	3								
1.25	0.5	أ - $\frac{2u_n}{2u_n+1} - \frac{10}{11} = \frac{2(u_n-5)}{11(2u_n+1)} \leq 0$	4								
	0.5 0.25	ب - لدينا $0 < 5 - u_{n+1} \leq \frac{10}{11}(5 - u_n)$ ومنه $0 < 5 - u_n \leq 3\left(\frac{10}{11}\right)^n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$									

التمرين الرابع: (07 نقاط)															
0.5	0.25+0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	1												
1.75	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$e(x)-1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$e(x)-x$</td><td></td><td>1</td><td></td></tr></table> أ - تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x \mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعادلة $y = x$	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$e(x)-1$	-	0	+	$e(x)-x$		1		2
	x	$-\infty$	0	$+\infty$											
	$e(x)-1$	-	0	+											
	$e(x)-x$		1												
0.5	ب - $f'(x) = \frac{(x-2)(e^x - x)}{(x-1)^2}$														
0.5	ج - f متناقصة تماما جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$								
x	$-\infty$	1													
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$													
1	0.5	أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = -1$	3												
	0.25	معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) عند $-\infty$ $y = -x - 1$													
	0.25	ب - (C) أسفل (Δ) في المجال $[0;1[$ و (C) أعلى (Δ) في المجال $] -\infty; 0]$													
0.5	0.5	معادلة (T): $y = -2x - 1$	4												
1.75	0.75	أ - مبرهنة القيمة المتوسطة	5												
	0.25	ب - إنشاء													
	0.25	(T)													
	0.25	(Δ)													
	0.5	(C)													

0.75	0.25	$f(x) = mx - 1$ تكافئ $\frac{e^x - x^2 + x - 1}{x - 1} = mx$					6
	0.5	m	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$	
		الحلول	حل موجب تماما وحل معدوم	حل معدوم	حل سالب تماما وحل معدوم	حل معدوم	
0.75	0.5	$\begin{cases} g(x) = -f(x) & : x \leq \alpha \\ g(x) = f(x) & : \alpha \leq x < 1 \end{cases}$					7
	0.25	إنشاء (C_g)					
							
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)							
التمرين الأول: (04 نقاط)							
1.5	0.5	أ لدينا $A_n = (n^2 + 3n + 1)B_n + 7$ ومنه $\text{pgcd}(A_n; B_n) = \text{pgcd}(B_n; 7)$					1
	0.5	ب - $\text{pgcd}(A_n; B_n) \in \{1; 7\}$					
	0.5	ج - $\text{pgcd}(A_n; B_n) = 7$ تكافئ $n + 2 \equiv 0[7]$ اذن قيم n المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k + 5$ مع $k \in \mathbb{N}$					
1.5	0.75	أ -لدينا $51x - 4y \equiv 29[4]$ اي $3x \equiv 1[4]$ ومنه $x \equiv 3[4]$					2
	0.75	ب - الحلول : $(x; y) = (4k + 3; 51k + 31)$ مع $k \in \mathbb{Z}$					
1	0.5	أ $51x - 4(y + 4) = 29$ تكافئ $51x - 4y = 45$ و منه الحلول: $(x; y) = (4k + 3; 51k + 27)$ مع $k \in \mathbb{Z}$					3
	0.5	ب - $ y - 12x \leq 3$ تكافئ $2 \leq k \leq 4$ اذن الثنائيات هي $(11; 129)$ و $(15; 180)$ و $(19; 231)$					
التمرين الثاني: (04 نقاط)							
1	0.5+0.5	حيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 0$ تكافئ $\ln b = 0$ و $ab + \frac{1}{b} = 0$ ومنه $f(x) = -1 + \frac{1}{x+1} + \ln(x+1)$ اذن $b = 1$ و $a = -1$					1

1.5	0.5 01	$g'(x) = 1 + \ln(x+1)$ $x \mapsto -2x + (x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة f على $]-1; +\infty[$	2						
1.5	0.25	$u_{2022} = \int_{2021}^{2022} f(x) dx = -2 + 2024 \ln 2023 - 2023 \ln 2022$ أ -	3						
	0.25	u_{2022} هو مساحة الحيز المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=2021$ ، $x=2022$							
	0.5	ب - $u_n = -2 + (n+2)\ln(n+1) - (n+1)\ln n$							
	0.5	ج - $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-2 + \ln(n+1) + \frac{n+1}{n} \times \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \right) = +\infty$							
التمرين الثالث: (05 نقاط)									
1	01	$v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = -\frac{1}{3}(u_n - 1)^2 = -\frac{1}{3}(v_n)^2$	1						
1	01	البرهان بالتراجع	2						
0.75	0.25+0.25 0.25	$v_{n+1} - v_n = -v_n \left(\frac{1}{3}v_n + 1 \right) > 0$ ومنه (v_n) متزايدة تماما (v_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	3						
1.75	0.25+0.5	أ - $w_0 = \ln 3$ و $w_{n+1} = \ln \left(-\frac{3}{v_{n+1}} \right) = 2 \ln \left(-\frac{3}{v_n} \right) = 2w_n$	4						
	4x 0.25	ب - $u_n = -3^{1-2^n} + 1$ ، $v_n = -3^{1-2^n}$ ، $w_n = 2^n \ln 3$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$							
0.5	0.5	لدينا $\frac{1}{v_n} = -3^{2^n-1}$ ومنه $P_n = (-1)^{n+1} \times 3^{2^{n+1}-n-2}$	5						
التمرين الرابع: (07 نقاط)									
0.5	0.5	h متزايدة تماما على $]0; +\infty[$	I 1						
0.75	0.5	أ - تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	2						
	0.25	ب - <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$h(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>		x	0	α	$+\infty$	$h(x)$	-
x	0	α	$+\infty$						
$h(x)$	-	0	+						
0.75	0.5+0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$	II 1						
1	0.5	أ - $f'(x) = \frac{(2-x)h(x)}{x}$	2						
	0.25	ب - اتجاه التغير							

	0.25	f متزايدة تماما على $[\alpha; 2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0; \alpha]$ و $[2; +\infty[$ جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$f(2)$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	0	α	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$	$-\infty$	
x	0	α	2	$+\infty$															
$f'(x)$	-	0	+	0	-														
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$	$-\infty$															
0.5	0.25+0.25	$1,8 \leq f(\alpha) \leq 2,4$ و $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha(\alpha + 2)$	3																
1.75	0.25+0.5	$g(1) = 0$ و $g'(x) > 0$. $g'(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x}$ - أ	4																
	0.25+0.25	ب - لدينا $f''(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، f'' تتعدم عند 1 و تغير اشارتها و بالتالي نقطة انعطاف $A\left(1; \frac{5}{2}\right)$																	
	0.5	ج - معادلة المماس (T) هي : $y = x + \frac{3}{2}$																	
0.75	0.5+0.25	 إنشاء (T) و (C) في المجال $]0; 5]$	5																
1	0.25	$k'(x) = -e^{-x} f'(e^{-x})$ - أ	6																
	0.25	f متناقصة تماما على $[-\ln 2; -\ln \alpha]$ و متزايدة تماما على كل من $[-\ln \alpha; +\infty[$ و $]-\infty; -\ln 2]$																	
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} k(x) = -\infty$																	
	0.25	ب - <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\ln 2$</td><td>$-\ln \alpha$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$k'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$k(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(2)$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\ln 2$	$-\ln \alpha$	$+\infty$	$k'(x)$	+	0	-	0	+	$k(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$-\ln 2$	$-\ln \alpha$	$+\infty$															
$k'(x)$	+	0	-	0	+														
$k(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$f(\alpha)$	$+\infty$															