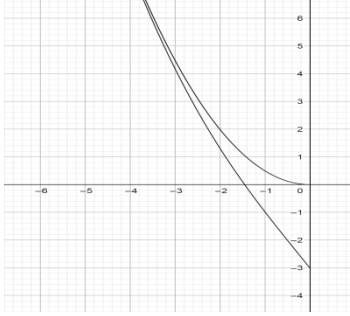


الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): رياضيات / بكالوريا 2020

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
0.75	2×0.25 0.25	(1) أ. لدينا: $f'(x) = \frac{40}{(9-x)^2}$ ومنه f متزايدة تمامًا على $[1; 4]$. ب. من أجل: $x \in [1; 4]$ يكون $f(x) \in [f(1); f(4)]$
1.25	2×0.25 2×0.25 0.25	(2) أ. البرهان بالتراجع. ب. لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 4)}{9 - u_n}$ ونجد أن (u_n) متناقصة تمامًا. الاستنتاج: (u_n) متناقصة تمامًا و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.
1.25	2×0.25 2×0.25 0.25	(3) أ. لدينا: $v_{n+1} = \frac{5}{8}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{8}$ و $v_0 = -\frac{1}{2}$. ب. عبارة v_n و عبارة u_n : $v_n = \frac{-1}{2}\left(\frac{5}{8}\right)^n$ ، $u_n = \frac{4\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2}}{\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2}}$. حساب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
0.75	0.75	(4). نجد: $S_n = \frac{-1}{8}(5^{n+1} - 1)$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.25	0.25x5	(1) شجرة الاحتمالات:
0.5	0.5	(2) احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء: $\frac{3}{8} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{8}$
0.75	0.75	(3) احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل: $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
1.50	0.5 0.75 0.25	(4) أ. تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي: 5، 6 و 7 ب. تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي. $E(X) = \frac{52}{9}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
0.75	0.75	(1) لدينا: $3a - 2b = 1$ ، إذن حسب بيزو a و b أوليان فيما بينهما
1.5	0.75 0.75	(2) لدينا: $(\alpha a$ و αc) ومنه: $\alpha (4c - 3a)$ أي $\alpha 5$. $\alpha = 5$ معناه $(a \equiv 0[5] \text{ و } c \equiv 0[5])$ أي $n \equiv 1[5]$ ومنه $n = 5k + 1$ ، $k \in \mathbb{N}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
1.5	0.5	(3) أ. إثبات أن α يقسم β . لدينا $(\alpha a$ و αc) ومنه $(\alpha bc$ و αa) وبالتالي $\alpha p \gcd(a,bc)$ أي $\alpha \beta$ ب. إثبات أن β و b أوليان فيما بينهما: نفرض أن d قاسم مشترك لـ β و b $(d \beta$ و $d b$) ومنه $(d a$ و αb) وبالتالي $d p \gcd(a,b)$ أي: $d=1$ ملاحظة: يمكن استعمال مبرهنة بيزو استنتاج أن: $\alpha = \beta$ $(\beta bc=1$ و βa) ومنه $(\beta c$ و βa) وعليه $\beta \alpha$ $(\beta \alpha$ و $\alpha \beta$) معناه $\alpha = \beta$
	0.5	
	0.5	
1.25	0.5	(4) أ. لدينا : $A = (n-1)(4n+1)$ و $B = (n-1)bc$ إذن كلاً من A و B مضاعف لـ $(n-1)$ ب. لدينا $d = PGCD(A, B)$ ومنه $d = (n-1)PGCD(a, bc)$ ومنه $d = (n-1)\beta = (n-1)\alpha$ وعليه من أجل $\alpha=1$: $d = n-1$ ، من أجل $\alpha=5$: $d = 5n-5$
	0.25x3	
التمرين الرابع : (07 نقاط)		
0.5	0.25x2	(I) من أجل $x \in]-\infty ; 0]$ و $h(x) \leq 0$ و $g(x) < 0$
1.25	0.5+0.25	(II) 1) أ. من أجل كل x من $]-\infty ; 0]$: $f'(x) = x(e^x + 1) + (-2e^x) = h(x) + g(x)$ ب. f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty ; 0]$.
	0.5	
1	0.25x2 0.5	(2) نجد: $f(0) = -3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - 3e^x + \frac{1}{2}x^2) = +\infty$ ، جدول التغيرات
1	0.75 0.25	(3) f مستمرة ومتناقصة تماماً على المجال $]-\infty ; 0]$ وتأخذ قيمها في $[-3 ; +\infty[$ ومنه $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في $]-\infty ; 0]$. التحقق أن $\alpha \in]-1,5 ; -1,4[$: $f(-1,5) \approx 0,121$ ، $f(-1,4) \approx -0,105$ ،
1.75	0.5x2	(4) أ. نجد: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - \frac{1}{2}x^2) = 0$ ، إذن: (P) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ب. من أجل كل x من $]-\infty ; 0]$: $f(x) - \frac{1}{2}x^2 = (x-3)e^x$ ومنه $f(x) - \frac{1}{2}x^2 < 0$ وبالتالي (C_f) أسفل (P) على المجال $]-\infty ; 0]$
	0.5+0.25	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
0.75	0.25 0.5	 ج. إنشاء (P) و (C_f) :
0.75	0.25×3	5) المناقشة البيانية وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = e^m$ في $]-\infty; 0]$ من أجل $m \leq \ln 3$ المعادلة تقبل حلين مختلفين. من أجل $m > \ln 3$ المعادلة تقبل حل واحد

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموعة	مجزأة													
التّمرين الأول: (04 نقاط)														
1	1	(1) $(x; y) = (5k - 1; 3k - 1)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$												
1	0.5	(2) أ) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على 7 $(k \in \mathbb{N})$ <table><tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k + 1$</td><td>$3k + 2$</td></tr><tr><td>باقي القسمة</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr></table>	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	باقي القسمة	1	2	4				
	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$										
باقي القسمة	1	2	4											
	0.5	ب) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11 $(k' \in \mathbb{N})$ <table><tr><td>n</td><td>$5k'$</td><td>$5k' + 1$</td><td>$5k' + 2$</td><td>$5k' + 3$</td><td>$5k' + 4$</td></tr><tr><td>باقي القسمة</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>3</td></tr></table>	n	$5k'$	$5k' + 1$	$5k' + 2$	$5k' + 3$	$5k' + 4$	باقي القسمة	1	4	5	9	3
n	$5k'$	$5k' + 1$	$5k' + 2$	$5k' + 3$	$5k' + 4$									
باقي القسمة	1	4	5	9	3									
1	0.25×3 0.25	(3) بما أن 7 و 11 أوليان فيما بينهما فإنّ: $\begin{cases} 9^n \equiv 1[7] \\ 4^n \equiv 5[7] \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[7] \\ 14 \times 4^n - 4 \equiv 0[11] \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} 14 \times 4^n + 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[7] \\ 14 \times 4^n + 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[11] \end{cases}$ أي: $n = 3\alpha = 5\beta + 2$ ومنه $3\alpha - 5\beta = 2$ (α, β عددان طبيعيان) $n = 15p - 3$ ومنه $(\alpha; \beta) = (5p - 1; 3p - 1)$ حيث $(p \in \mathbb{N}^*)$												
1	0.5	(4) أ. $S_n = 4(4^{15n} - 1) + \frac{9}{2}(9^{15n} - 1)$. ب. إثبات أنّ S_n مضاعف للعدد 77.												
	0.5	$2S_n \equiv 0[77]$ يعني $S_n \equiv 0[77]$ أي $\begin{cases} 8(4^{15n} - 1) + 9(9^{15n} - 1) \equiv 0[7] \\ 8(4^{15n} - 1) + 9(9^{15n} - 1) \equiv 0[11] \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} 8(4^{15n} - 1) + 9(9^{15n} - 1) \equiv 0[77] \end{cases}$ $\begin{cases} (1)^{5n} - 1 \equiv 0[7] \\ (1)^{3n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} (4^3)^{5n} - 1 \equiv 0[7] \\ (9^5)^{3n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} 4^{15n} - 1 \equiv 0[7] \\ 9^{15n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases}$ محقة دوما												
التّمرين الثاني: (04 نقاط)														
1.5	0.5×2 0.5	(1) أ. $P(B) = \frac{n^2 - n + 2}{n^2 - n + 14}$ ، $P(A) = \frac{n^2 - n + 14}{(n + 5)(n + 6)}$. ب. $P(A) = \frac{17}{55}$ يعني $n = 5$												
1	0.5 0.5	(2) أ. بعد الحساب نجد قيم المتغيّر العشوائي X ، $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ ، 1. ب. $P(X = 0) = \frac{C_3^1 \times C_8^1 + C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{27}{55}$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموعة	مجزأة											
1.5	1	ج. قانون احتمال X <table><tr><td>x_i</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>1</td></tr><tr><td>$p(X=x_i)$</td><td>$\frac{12}{55}$</td><td>$\frac{27}{55}$</td><td>$\frac{1}{55}$</td><td>$\frac{15}{55}$</td></tr></table>	x_i	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$p(X=x_i)$	$\frac{12}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{15}{55}$
	x_i		$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	1						
$p(X=x_i)$	$\frac{12}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{15}{55}$								
	0.5	$E(X) = \frac{37}{220}$										
التمرين الثالث: (05 نقاط)												
2	2×0.25	(1) أ. $w_1 = 4(6\alpha - 1)$ ، $w_0 = 4$										
	0.5	ب. $w_{n+1} = (6\alpha - 1)w_n$ متتالية هندسية أساسها $(6\alpha - 1)$.										
	0.5	ج. $w_n = 4(6\alpha - 1)^n$										
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$ يعني $-1 < 6\alpha - 1 \leq 1$ ومنه $0 < \alpha \leq \frac{1}{3}$.										
1.75	0.5	(2) أ. $u_{n+1} - u_n = -(3\alpha - 1)w_n$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا .										
	0.5	$v_{n+1} - v_n = (3\alpha - 1)w_n$ ومنه المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا.										
	0.5	ب. بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا و المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$										
	0.25	فإنهما متجاورتان وبالتالي متقاربتان نحو نفس النهاية ℓ .										
0.75	0.5	(3) لدينا $u_{n+1} - u_n = -(3\alpha - 1)w_n$ و $v_{n+1} - v_n = (3\alpha - 1)w_n$ إذا										
	0.25	$u_{n+1} + v_{n+1} = u_n + v_n = u_0 + v_0 = 2$ استنتاج قيمة ℓ : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = 2$ ومنه $\ell = 1$										
0.5	0.5	(4) نجد: $S = 2021 - \frac{(6\alpha - 1)^{2021} - 1}{3\alpha - 1}$.										
التمرين الرابع: (07 نقاط)												
1.75	2×0.25	(1) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (مع التبرير)										
	0.25	اثبات أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$										
	0.5	ب. من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2 + 1}}$										
	0.25	ج. من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) > 0$ ، إذن f متزايدة تمامًا على $\mathbb{R}$. جدول تَغْيِرَات الدالة f .										
1	0.5	(2) أ. تبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$										
	0.5	ب. تبين أن من أجل كل $x \geq 0$ ، $g'(x) = \frac{-9x^2 + 8}{(\sqrt{9x^2 + 1})(3 + \sqrt{9x^2 + 1})}$										

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
0.75	0.25	ج. إشارة $g'(x)$ هي من إشارة $(-9x^2 + 8)$. <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{2\sqrt{2}}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-
	x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$+\infty$						
	$g'(x)$	+	0	-						
0.25	0.25	g متزايدة تمامًا على $\left[0; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right]$ و متناقصة تمامًا على المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty\right[$								
	0.25	جدول تغيرات الدالة g								
1.5	0.5	3 أ. g مستمرة ورتيبة تمامًا على $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty\right[$ وتأخذ قيمها في المجال $\left]-\infty; g\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right]$								
	0.25	. التَّحَقُّق من أنَّ $2,83 < \alpha < 2,84$: $g(0.84) \approx -0.005$ و $g(0.83) \approx 0.001$								
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr></table> ب. استنتاج إشارة $g(x)$: ج. الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ) على المجال $]0; \alpha[$	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	0	+	-
	x	0	α	$+\infty$						
$g(x)$	0	+	-							
0.5	(C_f) تحت (Δ) على المجال $[\alpha; +\infty[$ (C_f) و (Δ) متقاطعان في نقطتين فاصلتهما 0 و α									
0.75	0.25	4 أ. لدينا $k(x) = \ln 6 + \ln x$ إذن (γ) هو صورة المنحني الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(0; \ln 6)$.								
	2×0.25	ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - k(x)) = 0$. نستنتج أنَّ (γ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$.								
1.25	0.25	5 أ. إثبات أنَّ الدالة f فردية.								
	3×0.25	ب. رسم كل من (γ)، على المجال $]0; +\infty[$ و رسم (C_f) و (Δ) على المجال $]0; +\infty[$.								
	0.25	استنتاج الرسم للمنحني (C_f) على $\mathbb{R}$.								