



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث $63x + 5y = 159 \dots (E)$.

(1) تحقق أن العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حولا.

(2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

(3) λ عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $\lambda + 2$ في النظام العشري.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1438^{2017}$ القسمة على 5، حيث $(x; y)$ حلول

المعادلة (E) و x عدد طبيعي .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = t + 1 \\ z = -t + 1 \end{cases} : (t \in \mathbb{R})$$

نعتبر النقطة $A(-\frac{2}{3}; 2; 0)$ والمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيط الآتي

(1) أ) تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى (Δ) ثم اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل A ويحوي (Δ) .

ب) بين أن $3x + y - z = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (Q) الذي يشمل A ويعامد (Δ) .

(2) لتكن (P_m) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث $m x - (m-2)y + 2(m+1)z - m - 4 = 0$

و m وسيط حقيقي.

برهن أن: من أجل كل عدد حقيقي m ، (P_m) مستو، ثم بين أن كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق (Δ) .

(3) أ) تحقق أن المستوي (P) هو المستوي (P_0) ثم عين قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من أجلها (P_m)

و (P_0) متعامدين.



- (ب) استنتج إحداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثلاث (P_0) ، (P_{-4}) و (Q) .
- (4) بين أن المثلث AOH قائم ثم جد إحداثيات النقط M من المستقيم (Δ) حتى يكون حجم رباعي الوجوه $MAOH$ يساوي $\frac{11}{9}cm^3$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $2z^2 - 10z + \frac{29}{2} = 0$.
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- نعتبر النقط A, B, C, D التي لاحتقاتها $z_A = \frac{3}{2} + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = \frac{3}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C = -\bar{z}_A$ و $z_D = i$.
- (1) أ) اكتب العددين z_A و z_B على الشكل الجبري ثم عِلِّم النقط A, B, C, D في المعلم السابق.
- ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (2) جد لاحقة النقط E نظيرة B بالنسبة إلى D ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCE$.
- (3) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B ويحول A إلى D ثم حدّد نسبته وزاويته.
- (4) نعرّف متتالية النقط $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ كما يلي : $A_0 = A$ و $A_{n+1} = S(A_n)$ (z_n هي لاحقة A_n)
- أ) برهن بالتراجع أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n - z_B = 5 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{n+1} e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$.
- ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AB) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$.
- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x} \right)$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.
- (1) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .
- (2) أ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.



ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
ج) شغل جدول تغيّرات الدالة f .

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4) أ) أثبت أنّه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكلٍ منهما.

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها α و β

حيث $2 < \alpha < 2,1$ و $-0,5 < \beta < -0,4$.

5) ارسم المماسين والمستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلاً وحيداً.

7) نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها

$$x+2y=e \text{ و } x=1, x=\alpha$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{2} (\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2 \text{ :تحقق أن:}$$



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على صفحتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ ، نعتبر النقط: $A(2; 6; 4)$ ، $B(3; 6; 2)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2\alpha - 12\beta \\ y = 3 + 3\alpha + 10\beta \\ z = 1 + \alpha - 6\beta \end{cases} : (\alpha \in \mathbb{R}; \beta \in \mathbb{R})$$

و $C(0; 3; 3)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطى :

- (1) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.
- (2) تحقق أن $6x - 5y + 3z + 6 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) واكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .
- (3) ليكن (Q) المستوي ذو المعادلة: $2x + 3y + z - 12 = 0$.
- بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان، ثم عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) مستقيم تقاطعهما.
- (4) لتكن M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(2t - 1; -\frac{5}{3}t + \frac{14}{3}; t)$ حيث t عدد حقيقي يختلف عن 1.
- عين (Γ) مجموعة النقط M حتى يكون حجم رباعي الوجوه $MABC$ أصغر من أو يساوي $\frac{35}{9}\text{cm}^3$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $z^2 - 2(1 - \sin \alpha)z + 2(1 - \sin \alpha) = 0 \dots (E)$

حيث α عدد حقيقي. (نرمز بـ z_1 و z_2 إلى حلّي المعادلة (E))

(1) عين الحلين z_1 و z_2 بدلالة α .

(2) نضع $\alpha = \frac{\pi}{6}$. بين أن: $z_1^{2017} + z_2^{2017} = 1$.

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحتقاتها $z_A = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = 2z_A$.

(1) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

(2) ليكن S التحويل التقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث $z' = (1 + z_A)z + 2z_B$.

- عين طبيعة التحويل S ثم حدّد عناصره المميّزة.

(3) (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $\arg(\bar{z} - z_B) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ و $k \in \mathbb{Z}$.

- تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم حدّد طبيعة (Γ) وأنشئها.



التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول u_0 حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 4u_n + 1$ ،

$$(1) \text{ أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي } n, u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1) .$$

ب) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n العددين الطبيعيين u_n و u_{n+1} أوليين فيما بينهما.

$$(2) \text{ لتكن المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي } n, v_n = u_n + \frac{1}{3} .$$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

ب) عبّر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{3n}$

(3) عيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد A_n المعرّف بـ : $A_n = 9S_n - 6n - 3^{6n+4}$ ، القسمة على 7 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$.

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني .

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) .$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أنّ المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى (C) .

II) ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1) e^{-x}$.

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(1) أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثيهما.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

(3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$.

أثبت أنّه عندما m يسمح $\mathbb{R}$ فإنّ M_m تنتمي إلى منحن يطلب تعيين معادلة له.

(4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m) .

(5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين

(C) و (C_3) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \alpha$ ، ثم احسب : $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني