		الموضـــــــــــــــــوع الأول
		التمرين الأول: (04 نقاط)
01	0.25 0.50 0.25	1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان $(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=2t'-3 \quad / t'\in\mathbb{R} \\ z=t'-4 \end{cases}$ $\begin{cases} t-2=-t'+1 \\ -t+2=2t'-3 \\ 2t-4=t'-4 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} t=1 \\ t'=2 \end{cases}$ $(\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$
1.25	0.50 0.75	2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases} x=\alpha-\beta-1 \\ y=-\alpha+2\beta+1 \quad \alpha;\beta\in\mathbb{R} \\ z=2\alpha+\beta-2 \end{cases}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$
01	01	3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$
0.75	0.50 0.25	4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) . $d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2
		التمرين الثاني: (04 نقاط)
	0.25 0.25	1) أ) $p\gcd(20;104)=4$ بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول
1.25	0.25 0.50	ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$
1.50	0.50 0.25	2) تعيين α و β $\overline{1\alpha\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases} 104\alpha-20\beta=272 \\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3 \end{cases}$

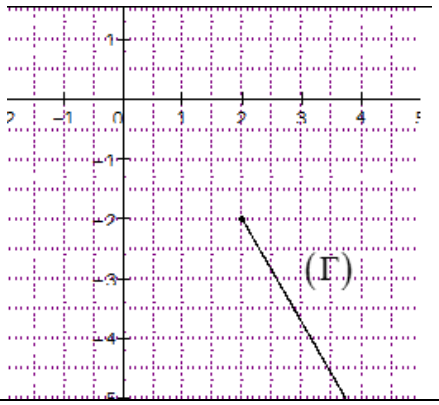
www.deepbac.com

	0.50 0.25	$\begin{cases}\alpha=5k+3\\ \beta=26k+2 \quad / k\in\mathbb{N}\\ 0\le\alpha\le3;0\le\beta\le3\end{cases}$ معناه $\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$ معناه كتابة λ في النظام العشري: $\lambda=2017$
1.25	2×0.25 0.25 2×0.25	3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي تعيّين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$ $\begin{cases}a'b'=\dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$ تكافئ $2m-d=2017$ ومنه : $(a;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.25 3×0.25	1) حل المعادلة : $\Delta=-24=(2i\sqrt{6})^2$ $S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$
3.25	3×0.25 0.25 0.25	2) أ) $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25 0.50	ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف معناه $\dfrac{7\pi n}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6 \quad / h\in\mathbb{N}$
	0.25 0.50 0.25	ج) التحقق أن C نقطة من (Γ) من اجل $z\neq z_C$: $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C)=\pi+\arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM})=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$

www.deepbac.com

و منه (Γ) مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$.

انشاء (Γ).



0.25

---

3) تعيين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$ — 0.50

صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$. — 0.25

0.75

التمرين الرابع: (07 نقاط)

---

1) أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ — 0.25

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ — 0.25

$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f). — 0.25

2.25

ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ — 0.50

إشارة $f'(x)$ — 0.25

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

اتجاه تغيّر الدالة f — 0.25

f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$

f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$

جدول التغيّرات — 0.50

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	$-32e^{(-3)}$	↗	0

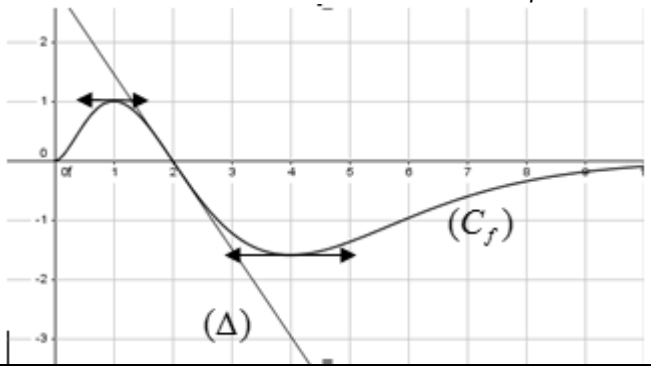
---

2) معادلة المماس (T) — 0.50

$y = -4e^{-1}(x-2)$ — 0.50

0.50

www.deepbac.com

1.50	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	3) دراسة اتجاه تغير الدالة h $h'(x)=x(2-x)e^{-x+2}$ h متزايدة تماما على $[0;2]$ h متناقصة تماما $[2;+\infty[$ استنتاج إشارة $h(x)$: $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline h'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline h(x) & & \nearrow & 0 & \searrow & \end{array}$ من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\le 0$ تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline (2-x)h(x) & 0 & - & 0 & + & \end{array}$ (C_f) فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$ (C_f) تحت (T) على المجال $]0;2[$
01	0.25 0.75	4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0;+\infty[$. 
0.75	0.75	5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E). اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين
	0.25	6) جدول تغيّرات الدالة g . الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب

www.deepbac.com

01	0.25 0.25 0.25	(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x)=\dfrac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}}$) النهايات : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=0$ إشارة $g'(x)$ $\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & \frac{1}{4} & & 1 & & +\infty \\ \hline g'(x) & \| & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$ جدول تغيرات g $\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & \frac{1}{4} & & 1 & & +\infty \\ \hline g'(x) & \| & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline g(x) & \| 0 & \searrow & (-32)e^{(-3)} & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$

www.deepbac.com

الموضـــــــــــــوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.	**0.75**	**0.75**
أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{7^{n+1}-1}{6}$	**0.25**	**1.25**
ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$	**0.50**	
ب) استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.	**0.50**	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ / $k \in \mathbb{N}$	**4×0.25**	**01**
ب) تعيين قيم n $S'_n \equiv 0[5]$ معناه $n \in \{20h+12 \; ;20h+13 \; ;20h+10 \; ;20h+19 \; / h \in \mathbb{N}\}$	**4×0.25**	**01**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P): $y - z + 2 = 0$	**0.75**	**0.75**
2) أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x\cos\alpha - 2y\sin\alpha - z - \frac{3}{4} = 0$ تكافئ $(x-\cos\alpha)^2 + (y-\sin\alpha)^2 + (z-\frac{1}{2})^2 = 2$	**0.50**	**2.25**
(E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha\,;\sin\alpha\,;\frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	**0.50**	
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) . $d((p);\omega_\alpha) = \frac{\frac{3}{2}+\sin\alpha}{\sqrt{2}}$	**0.50**	
اذا كان $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة	**0.25**	
اذا كان $\alpha = \frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α)	**0.25**	
اذا كان $\alpha \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P)\cap(E_\alpha) = \{\ \}$	**0.25**	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) / $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = -t + \frac{1}{2} \end{cases}$	**0.50**	**01**

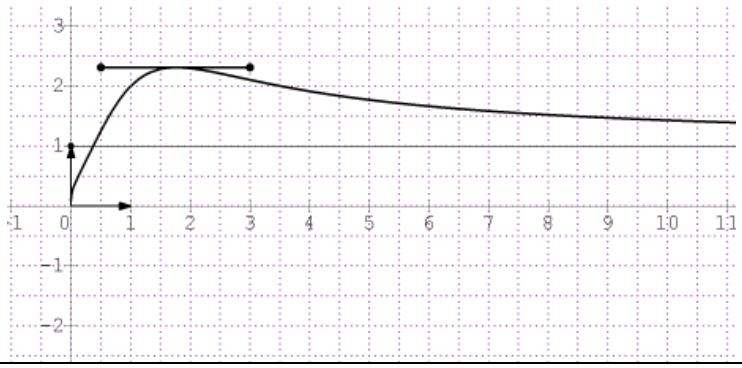
www.deepbac.com

	0.50	استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
0.75	0.25 2×0.25	I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$ الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$
0.75	0.50 0.25	1) $z_A=\frac{5}{2}+i$ $z_C=-\frac{5}{2}+i$
01	0.50 0.50	2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين
2.50	0.75 0.50	3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر : $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$ نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0.25 0.50 2×0.25	ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$ T_n تحاك معناه $n=4k \quad /k\in\mathbb{N}$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي : اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.50	0.25 0.25	I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g . $g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$
	0.50	2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$

www.deepbac.com

01	0.50	استنتج إشارة $g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & \| & + & 0 & - & \end{array}$
0.75	0.25 0.25 0.25	II) 1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب
0.50	0.50	2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.
01	0.25 0.25 0.50	3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ جدول تغيرات الدالة f . $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \| & 0 \nearrow & f(\alpha) & \searrow 1 & \end{array}$
2.25	0.25 0.25 0.25 0.50	4) أ) $h'(x) = \frac{x-1}{x}$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x)>0$ الوضع النسبي: $f(x)-1 = \frac{1+\ln x}{x-\ln x}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f(x)-1 & \| & - & 0 & + & \end{array}$ (C_f) تحت (Δ) من اجل $x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[$ ، (C_f) فوق (Δ) من اجل $x \in \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$

www.deepbac.com

	01	ب) الرسم 
01	0.25 0.25 0.25 0.25	5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$. من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x) \leq f(\alpha)$.....(1) ، إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$ من اجل $x \geq 1$ ، $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0$.....(2) من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ - بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$; $x=e$ - حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(e) \leq f(\alpha)(e-1)$

www.deepbac.com