

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04,5		التمرين الأول: (04,5 نقطة)
	0,25	أ.1 $\vec{AB}(1;-2;1)$ و $\vec{AC}(-2;-1;1)$ غير مرتبطين خطياً
	0,75	ب) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ و $x + 3y + 5z - 4 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) .
	$0,25 \times 2$	أ.2 $(P): x + 3y + z - 6 = 0$ و الشعاعين $\vec{n}$ و $\vec{n}_p$ غير مرتبطين خطياً.
	$0,50 \times 2$	ب) $D \in (\Delta)$ و شعاع توجيه له.
	0,25	ج) $(\Delta) \begin{cases} x = -3\lambda + \frac{1}{2} \\ y = \lambda + 2 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}, (\lambda \in \mathbb{R})$
	0,75	د) $(H \in (\Delta))$ و $\vec{AH} \cdot \vec{u} = 0$ و $d(A;(\Delta)) = AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$.
	0,25	أ.3 $G(-6;5;-1)$.
	0,25 0,25	ب) $(\Gamma): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y - 7 = 0$ $(\Gamma): (x+3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25$
	0,25	(Γ) سطح كرة مركزها $\Omega(-3;3;0)$ و نصف قطرها 5.
02,75		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	0,50	أ.1 u_1 و u_2 حلا للمعادلة $x^2 - e^4(1+e^3)x + e^{11} = 0$ ، $\Delta = [e^4(e^3-1)]^2$ $u_1 < u_2$ منه $u_1 = e^4$ و $u_2 = e^7$ و $q = e^3$
	0,25	أ.2 $u_n = e^{3n+1}$.
	0,50	ب) $S_n = \frac{(n+1)(3n+2)}{2}$.
	0,50	أ.3 $2S_n = a_n(3n-4) + 14$ تبيان أن: $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$.
	0,25	ب) القيم الممكنة لـ $PGCD(2S_n, a_n)$ هي 1 ، 2 ، 7 ، 14.
	0,75	ج) $n = 14k + 4$ و $k \in \mathbb{N}$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)			
مجموع	مجزأة				
01,75	0,50	$k \in \mathbb{N}$	n	$3k$	$3k+1$
			الباقي	1	2
	0,75	5. $n=35p$ حيث $p \in \mathbb{N}$			
	0,50	6. $[7] \quad 1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52 \equiv 0$			
04,5		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)			
	0,50	1. $z_1 = 2 + i$ و $z_2 = 2 - i$			
	0,50	ب) $z' = 1 + i\sqrt{3}$ و $z'' = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$			
	0,25	2. $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$			
	0,50	ب) $\theta = \frac{\pi}{12}$			
	0,25	ج) $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2} \right]^n = \cos\left(\frac{5n\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5n\pi}{12}\right)$			
	0,50	د) $n = 24p$ و $p \in \mathbb{N}$			
	0,25	3. $z_D = 1 + i(\sqrt{3} - 2)$			
	0,25	ب) الرباعي ABCD متوازي أضلاع.			
	0,50	ج) $z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$			
	0,25	- التشابه المباشر مركزه E نسبته 2 و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .			
	0,25	4. $z_I = 2$			
	0,25	ب) $ z_E - z_I = 1$			
	0,25	Γ) هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها 1.			
01		التمرين الرابع: (06,50 نقطة)			
	0,50	1. I) $g'(x) = 2x + \frac{2}{x}$ ، g متزايدة تماما على المجال.			
	0,50	2. المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقَق : $0,52 < \alpha < 0,53$. $g(0,52) \approx -0,04$ و $g(0,53) \approx 0,01$			

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموع	مجزأة									
05,50	0,25	3. <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+
	x	0	α	$+\infty$						
	$g(x)$	-	0	+						
	$0,25 \times 2$	(II) 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.								
	0,50	2. أ) $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.								
	0,25	ب) جدول تغيرات الدالة f .								
	$0,25 \times 2$	ج) $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ و $2,71 < f(\alpha) < 2,81$.								
	$0,25 \times 2$	3. أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y = -x$: (Δ) .								
	0,25	ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .								
	0,50	ج) $(T): y = -x + 2\sqrt{e}$.								
	0,50	4. إنشاء (T) و (Δ) و (C_f) .								
	0,50	5. المناقشة بيانيا: - إذا كان $m \leq 0$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. - إذا كان $0 < m < 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلّين متمايزين. - إذا كان $m = 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا. - إذا كان $m > 2\sqrt{e}$ فإنّ المعادلة لا تقبل حلوًا.								
	0,25	(III) 1. الدالة $h: x \mapsto f(x) + x$ موجبة تماما على المجال $[e^n; e^{n+1}]$ من أجل كل عدد طبيعي n .								
	0,25	2. u_0 يشير إلى مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = e$.								
0,50	3. $u_n = 2n + 4$.									
0,25	4. $S_n = n^2 + 5n + 4$.									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		<u>التمرين الأول: (05 نقاط)</u>
	0,50	(1) أ. $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ ومنه $\alpha = 1$ و $\beta = 2$.
	0,50	ب. $(ABC): 2x + y - 2z + 4 = 0$.
	0,25	(2) أ. $\vec{n} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ ، $\vec{n} \perp \vec{n}_{(P)}$.
	0,50	ب. $\begin{cases} x = t \\ y = -4t \\ z = 2 - t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .
	0,75	ج. المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ) . لدينا: $d(D; (Q)) = 4$ و $d(D; (P)) = \sqrt{2}$ ومنه $d((\Delta); D) = \sqrt{4^2 + (\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$
	0,25	(3) أ. معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S): (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4^2$.
	0,25	ب. إيجاد الطبيعة والخصائص المميزة لتقاطع المستوي (Q) و سطح الكرة (S) $d(D; (P)) = \sqrt{2} < 4$ إذن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (P) والمار من D إذن إحداثياتها تحقق
	0,50	$\omega(2; 4; 0) \quad t = -1$ أي $(3+t) + 0(4) + (1+t) - 2 = 0$ وبالتالي
	0,25	نصف قطرها : r يحقق $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{2})^2}$ أي $r = \sqrt{14}$.
	0,25	(4) أ. المجموعة $(\Gamma): MG_0 = MG_1$ ومنه (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة $[G_0G_1]$
	0,25	ب. كتابة $\vec{CG}_\lambda$ بدلالة $\vec{CH}$: $\vec{CG}_\lambda = \frac{1}{1+e^\lambda} \vec{CH}$.
	0,25	ج. مجموعة النقط G_λ لما $\lambda \in \mathbb{R}$: لدينا $\lambda \in \mathbb{R}$ إذن $\frac{1}{1+e^\lambda} \in]0; 1[$.
01,50	0,25	مجموعة النقط هي قطعة المستقيم $[CH]$ باستثناء طرفيها H و C
	0,25	د. G_λ منتصف القطعة المستقيمة $[CH]$ معناه $\vec{CG}_\lambda = \frac{1}{2} \vec{CH}$ أي $e^\lambda = 1$ فيكون بذلك $\lambda = 0$.
		<u>التمرين الثاني : (04 نقاط)</u>
	0,50	(I) حل المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$: $S = \{1-i; 1+i\}$
	0,50	(2) إيجاد z_1 و z_2 : $z_1 = i\sqrt{2}$ و $z_2 = -i\sqrt{2}$
	0,25	(II) 1) كتابة z_H على الشكل الأسّي و استنتاج نوع المثلث BEC .
	0,25	$z_H = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) = 1.e^{i(-\frac{\pi}{4})}$ ، $z_E = -1+i$ المثلث BEC متقايس الساقين $BC = BE$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
02,50	0,50 0,50	(2) أ. $z' = z_A z + z_B$ ، $ z_A = \sqrt{2}$ إذن S تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وقيس زاويته $\frac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $\frac{z_B}{1-z_A} = \frac{2}{3} - i \frac{\sqrt{2}}{3}$
	0,25	ب. $4\pi ua$ $CD = z_D - z_C = -2i = 2$ إذن مساحة الدائرة
	0,50 0,25	ج. (γ') هي الدائرة ذات المركز $C'(-\sqrt{2}; 0)$ صورة C ونصف قطرها $2\sqrt{2}$ مساحتها $(4\pi)(\sqrt{2})^2 = 8\pi ua$
	0,50	(3) مجموعة النقط (δ) حيث $\frac{z_B - z}{z_C - z}$ حقيقيا سالبا تماما حقيقيا سالبا تماما معناه قيس الزاوية $(\overline{MC}; \overline{MB}) = \pi + 2k\pi \quad / k \in \mathbb{Z}$ إذن (δ) القطعة المستقيمة $[CB]$ باستثناء طرفيها B و C .
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0,50	(1) أ. دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 : $r \in \{1; 3; 4; 5; 9\}$
	0,75	دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11 : $r' \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
	0,25 0,25 0,25	ب. برهان أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$ لدينا $2016 \equiv 3 \pmod{11}$ إذن $2016^{5n+4} \equiv 3^{5n+4} \pmod{11}$ و $2016^{5n+4} \equiv 8 \pmod{11}$: (1) لدينا $1437 \equiv 7 \pmod{11}$ و $1437^{10n+4} \equiv 7^{10n+4} \pmod{11}$ أي: (2) من (1) و (2) نجد : $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4} \equiv 0 \pmod{11}$
	0,50	(2) أ. مجموعة حلول المعادلة (E) : $(x; y) = (3k + 2; 7k + 2)$, $k \in \mathbb{N}$
	0,50	ب. - القيم الممكنة للعدد d : $d \in \{1; 2; 4; 8\}$ - تعيين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$
	0,50	$(x; y) = (24k' + 20; 56k' + 44)$, $k' \in \mathbb{N}$
	0,50	ج. $(x; y) = (30k + 17; 70k + 37)$, $k \in \mathbb{N}$
01		التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,25 × 2	(I) أ. $\varphi(x) = e^{\left(\frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)} - 1$ إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = -1$
	0,25 0,25	ب. اتجاه التغير : $\varphi'(x) = -(x-1)(x-2)e^{-x+1}$ الدالة φ متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 1]$ و $[2; +\infty[$ الدالة φ متزايدة تماما على المجال $[1; 2]$.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
06	0,25	جدول تغيرات الدالة φ .
	0,50	(2) بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا α يختلف عن 1
	0,25	(3) إشارة $\varphi(x)$.
	$0,25 \times 2$	(II) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-\infty$
	0,25	ب) $f'(x)=(3-2x)e^{-x+1}$. إشارة $f'(x)$: $-\infty \rightarrow +\frac{3}{2} \rightarrow - \rightarrow +\infty$
	0,25	الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; \frac{3}{2}]$ و متناقصة تماما على $[\frac{3}{2}; +\infty[$.
	0,25	جدول التغيرات
	0,25	(2) المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس (T)
	0,25	أي : $\begin{cases} f(1)=g(1)=1 \\ f'(1)=g'(1)=1 \end{cases}$ و منه المنحنيين (C_f) و (C_g) لهما نفس المماس
	0,25	(T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 $(T): y=x$
	0,50	(3) رسم (C_f) و (T)
	0,25	(4) أ) تبيان أنّ: $f(x)-g(x)=\frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$
	0,25	ب. دراسة إشارة الفرق $f(x)-g(x)$: $-\infty \rightarrow -\frac{1}{2} \rightarrow + \rightarrow 1 \rightarrow + \rightarrow \alpha \rightarrow - \rightarrow +\infty$
	0,25	- الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g) .
	0,25	ج. الدالة: $\int_1^x f(t)dt = -(2x+1)e^{-x+1} + 3$.
	0,25	د. المساحة : $A = \int_1^2 (f(x)-g(x))dx = 3 - \frac{5}{e} - \ln 3$.
	0,25	(III) 1 أ) $f''(x)=(2x-5)e^{-x+1}$ و $f'''(x)=-(2x-7)e^{-x+1}$ ، $f^{(4)}(x)=(2x-9)e^{-x+1}$
	0,25	- التخمين : $f^n(x)=(-1)^n[2x-(2n+1)]e^{1-x}$
	0,50	(2) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $f^n(x)=(-1)^n[2x-(2n+1)]e^{1-x}$
	0,25	(3) أ. حساب : $u_{k+1}+u_k=2(-1)^k$
	0,25	ب. $u_1+u_2+\dots+u_{2n}=(u_1+u_2)+(u_3+u_4)+\dots+(u_{2n-1}+u_{2n})=-2n$

ملاحظة: تقبل جميع الطرق الممكنة للحل.