

الإجابة النموذجية و سلم التقييم

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2012

المادة : رياضيات الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
04		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0.25×3	 $z_2 = \frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$ ، $z_1 = \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ ، $\Delta = (i\sqrt{2})^2$ (1)	
	0.25×3	 $\frac{z_A}{z_B} = e^{i(\frac{\pi}{2})}$ ، $z_B = e^{i(-\frac{\pi}{4})}$ ، $z_A = e^{i(\frac{\pi}{4})}$ -أ (2)	
	0.25×4	 $z_{C'} = 1+i$ ، $z_{B'} = 1$ ، $z_{A'} = i$ ، $z' = e^{i(\frac{\pi}{4})} z$ -ب	
	0.75	 $OA'B'C'$ مربع (يقبل أي تبرير سليم)	
	0.25	 $[AB]$ هو محور Δ -أ (3)	
04	0.25	 $z_B = \bar{z}_A$ ومنه $\Delta = (x'Ox)$	
	0.25	 $\left(\frac{z-z_1}{z-z_2} \right)^2 = i$ -ب يستلزم $ z-z_A = z-z_B $ إذن $M(z) \in \Delta$ ومنه z حقيقي	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
	0.5	1/ أ- العدد 2011 أولي لأنه لا يقبل القسمة على 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29 ،	
	0.5×2	 $47^2 > 2011$ و 43 ، 41 ، 37 ، 31 $579 = 274 \times 2 + 31$ ، $1432 = 579 \times 2 + 274$ ، $2011 = 1432 \times 1 + 579$ -ب	
	0.5	 $2011 \times 5 - 1432 \times 7 = 31$ ومنه $(x_0; y_0) = (5; 7)$ ، $x = 1432k + 5$ ، $y = 2011k + 7$ حيث: $k \in \mathbb{Z}$	
04	0.5	 $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ -أ/2	
	0.5	 باقي قسمة $2011^{1432^{2012}}$ على 7 هو 2 لأن: $2011 \equiv 2[7]$ و $1432^{2012} \equiv 1[3]$	
	0.75	 $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 1 + 2^n + 4^n [7]$ -ب	
	0.75	 قيم n هي: $n = 3k + 1$ أو $n = 3k + 2$ حيث: $k \in \mathbb{N}$	
	0.75	 $N = 2057$ و $(\alpha; \beta; \gamma) = (3; 5; 7) / 3$	
		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
04	0.5	 $\overline{AC}(-1; 2; 2)$ و $\overline{AB}(3; -4; 0)$ غير مرتبطين خطيا	
	0.5	 $\overline{nAC} = 0$ و $\overline{nAB} = 0$	
	0.5	 $(P): 4x + 3y - z - 12 = 0$ (2)	
	0.5×2	 $(P'): 6x - 8y + 7 = 0$ -ب $(P''): 2x - 4y - 4z + 3 = 0$ -أ (3)	
	0.75	 $\begin{cases} x = -\frac{7}{6} + 4t \\ y = 3t \\ z = +\frac{1}{6} - t \end{cases}$ -ج $(P') \cap (P'')$: $t \in \mathbb{R}$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	
	0.75	 $\omega\left(\frac{37}{26}; \frac{101}{52}; -\frac{25}{52}\right)$ ومنه $(P) \cap (P') \cap (P'') = \{\omega\}$ (4)	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
08		التمرين الرابع: (08 نقط)	
	0.25×2	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$ (I-1)	
	0.25×2	 $g'(x) = -(x+1)e^x$ وإشارته	
	0.25	 جدول التغيرات	
	3×0.25	 $g(0,8) \times g(0,9) < 0$ ، $]-1; +\infty[$ وتقبل حلا وحيدا في $]-\infty; -1]$ لا تقبل حلولاً في $]-\infty; -1]$ إشارة $g(x)$ (3)	
	0.25	 $\frac{x}{g(x)} \mid \begin{array}{ccc} -\infty & \alpha & +\infty \\ + & 0 & - \end{array}$	
	0.25	 $y = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) (II-1)	
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (2-1)	
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ (ب)	
	0.25	 $f(x) - (x+1) = -\frac{(x+1)e^x}{e^x + 2}$ إشارته (3)	
	0.25	 إذا كان $x \in]-\infty; -1]$ فإن (C_f) أعلى (Δ') وإذا كان $x \in]-1; +\infty[$ فإن (C_f) أسفل (Δ')	
	0.25	 $f(x) - x = \frac{g(x)}{e^x + 2}$	
	0.50	 إذا كان $x \in]-\infty; \alpha[$ فإن (C_f) أعلى (Δ) وإذا كان $x \in]\alpha; +\infty[$ فإن (C_f) أسفل (Δ)	
	2×0.25	 $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 2)^2}$ ومنه f متزايدة تماماً على $]-\infty; \alpha[$ ومتناقصة تماماً على $]\alpha; +\infty[$ (4-1)	
	0.50	 $f(\alpha) = \alpha$ ، جدول تغيرات f (ب)	
	0.50	 (5) الرسم	
		 (6) المناقشة: إذا كان $m \in]-\infty; -1]$ للمعادلة حل واحد.	
	0.50	 إذا كان $m \in]-1; \alpha[\cup]\alpha; +\infty[$ للمعادلة حلين.	
		 إذا كان $m = \alpha$ للمعادلة حل مضاعف.	
		 (III-1) $U_0 = 0$ لأن $0 \leq U_0 < \alpha$	
	0.50	 نفرض $0 \leq U_n < \alpha$ ومنه $f(0) \leq f(U_n) < f(\alpha)$ (f متزايدة تماماً على $[0; \alpha]$)	
		 أي: $0 \leq \frac{2}{3} \leq U_{n+1} < \alpha$ ومنه الخاصية محققة دوماً	
	0.50	 (2) تمثيل الحدود ، التخمين (U_n) متزايدة تماماً	
		 (3) $U_{n+1} - U_n = \frac{g(U_n)}{e^{U_n} + 2}$ ، لأن $U_{n+1} - U_n > 0$: $U_n < \alpha$ إذن (U_n) متزايدة تماماً	
	0.50	 ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	
	0.25	 نهايتها l تحقق $f(l) = l$ ومنه $l = \alpha$	

العلامة	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	محاو الموضوع
04		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	5×0.25	(1) $\Delta = (2i)^2$ ، $z' = \sqrt{3} + i$ ، $z'' = \sqrt{3} - i$ ، $z_1 = 2i$ ، $z_2 = -2i$	
	0.25	(2) النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي مركزها المبدأ O ونصف قطرها 2	
	0.25	إنشاء النقط	
	0.50	(3) $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$	
	0.25	(ب) صورة A بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$	
	0.25	(ج) AEC مثلث متقايس الأضلاع	
	0.75	(د) التحويل RoH تشابه مباشر مركزه $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right)$ ، نسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$	
	0.50	صورة (γ) هي الدائرة (γ') التي مركزها $\Omega(\sqrt{3}; -1)$ ونصف قطرها 4	
04		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
	0.25	(1) A ، B و C تعين مستويا (P_1) لأن $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا	
	0.50	(2) $(P_1): \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 1 - 2\lambda - \mu \\ z = 1 - \lambda \end{cases} ; \mu \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	
	0.75	(3) $(\Delta): \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$	
	0.50	(4) O هي مرجح الجملة: $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$	
	0.50	(أ) (S) هي سطح كرة مركزها O ونصف قطرها $2\sqrt{3}$	
	0.75	(ب) $E(2; 2; 2)$ و $D\left(-\frac{14}{5}; 2; -\frac{2}{5}\right)$	
	0.5+0.25	(ج) ODE مثلث متساوي الساقين والمسافة بين O و (Δ) هي $2\sqrt{\frac{6}{5}}$	
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
	0.5	(1) أ- بواقي قسمة كل من الحدود u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 على 7 :	
	0.5	ب- $a = 2$ و $b = 3$	
	0.75	(2) أ- $u_{n+2} = 36u_n - 63$ ومنه $u_{n+2} \equiv u_n[7]$	
	0.25+0.75	ب- إثبات أن: $u_{2k} \equiv 2[7]$ واستنتاج أن $u_{2k+1} \equiv 3[7]$	
	0.5	(3) أ- (v_n) متتالية هندسية أساسها 6 وحدها الأول $\frac{71}{5}$ ،	
	0.5+0.25	ب- $u_n = \frac{71}{5}6^n + \frac{9}{5}$ ، $S_n = \frac{71}{25}(6^{n+1} - 1) + \frac{9}{5}(n+1)$	

العلامة		محاور الموضوع												
المجموع	مجزأة													
08	0.75	التمرين الرابع: (8 نقاط) $g'(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2}$ و $g(3) = -\frac{3}{4} + 2\ln 4$ $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = +\infty$ (1 - I) جدول التغيرات :												
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>g'(x)</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>g(x)</td> <td>$+\infty$</td> <td>$1-2\ln 2$</td> <td>$-\frac{3}{4} + 2\ln 4$</td> </tr> </table>	x	-1	$-\frac{1}{2}$	3	g'(x)	-	0	+	g(x)	$+\infty$	$1-2\ln 2$	$-\frac{3}{4} + 2\ln 4$
	x	-1	$-\frac{1}{2}$	3										
	g'(x)	-	0	+										
	g(x)	$+\infty$	$1-2\ln 2$	$-\frac{3}{4} + 2\ln 4$										
	0.5+0.25	(2) لدينا $g(0) = 0$ و $g(\alpha) = 0$ حيث $-0.8 < \alpha < -0.7$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة) (3) إشارة $g(x)$												
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>g(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	0	3	g(x)	+	0	-	0	+	
	x	$-\infty$	α	0	3									
	g(x)	+	0	-	0	+								
	0.25	(4) (أ) $h'(x) = 2g'(x) \times g(x)$ (ب) إشارة $h'(x)$ + جدول تغيرات h .												
	0.5+0.25													
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ (1 - II)												
	0.25	 $y = x : (T)$												
	0.50	 (2) (أ) $f'(x) = \frac{xg(x)}{\ln^2(x+1)}$												
	0.50	 f متناقصة تماماً على $[-1; \alpha]$ و متزايدة تماماً على $[\alpha; 3]$												
	2×0.25	 (ب) $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ وتعيين حصر لـ $f(\alpha)$.												
3×0.25	 (ج) $f(3) = \frac{9}{\ln 4}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$ ، جدول التغيرات													
0.50	 (3-أ) $x \in]-1; 3[$ فإن $x - \ln(x+1) \geq 0$ دراسة اتجاه تغير $(x \mapsto x - \ln(x+1))$													
0.25	 (ب) $f(x) - x = \frac{x(x - \ln(x+1))}{\ln(x+1)} \geq 0$ أي (C_f) أعلى (T)													
0.50	 (4) $(T') : y = x + \frac{9}{\ln 4} - 3$													
0.50	 (5) رسم (T) ، (T') و (C_f)													
0.50	 (6) لما $m < 0$ لا توجد حلول ، لما $m = 0$ حل مضاعف ، لما $m \in]0; 1[$ يوجد حلان													
0.50	 لما $1 \leq m \leq \frac{9}{\ln 4} - 3$ للمعادلة حل واحد													
	 لما $m > \frac{9}{\ln 4} - 3$ ليس للمعادلة حلول.													