

التصحيح النموذجي لموضوع الرياضيات لشعبة رياضيات بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية و سلم التقييم

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : الرياضيات الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة		
04.5		التمرين الأول : (04.5 نقطة)	أعداد مركبة وتطبيقاتها الهندسية التشابه
	0.5×3	(1) $z_C = \sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}, z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}, z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	
	0.25×3	(2) $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ و $\left \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right = 1$ $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ - أ	
	0.25×2	التفسير الهندسي : $AB = AC$ و $(\overline{AC}; \overline{AB}) = \frac{\pi}{3}$	
	0.25	ب) ABC مثلث متقايس الأضلاع	
	0.25	(3) $z_D = -\sqrt{3} - \sqrt{3}i$	
04.5	0.25×3	(4) - أ) T تشابه مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$	المستقيمات والمستويات في الفضاء تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء
	0.5	ب- $T \circ T$ تشابه مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{3\pi}{2}$	
		التمرين الثاني (04.5 نقطة)	
	0.75	(1) - أ) $\overline{AB}$ لا يوازي $\overline{AC}$ ومنه النقط A, B و C تعين مستويا.....	
	0.25×2	ب- $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ (ABC)	
	0.5	$3x + 4y - 2z + 1 = 0$ معادلة ديكرتية للمستوي (ABC)	
04.5	0.25×2	(2) - أ) $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ (P_1) و $\vec{n}'(2; -2; -1)$ شعاع ناظمي لـ (P_2)	
		و $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$ ومنه (P_1) و (P_2) متعامدان.	
	0.25×3	ب- $\begin{cases} x = \frac{4}{7}t + \frac{1}{7} \\ y = \frac{1}{14}t - \frac{5}{14} \\ z = t \end{cases} // t \in \mathbb{R}$ وكذلك $\begin{cases} x = 8t \\ y = t - \frac{3}{8} \\ z = 14t - \frac{1}{4} \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ)	
	0.25×2	ج- التحقق $O \notin (\Delta)$	
	0.25×2	د- $d(O; (P_2)) = \frac{1}{3}, d(O; (P_1)) = \frac{\sqrt{29}}{29}$	
	0.25×2	 $d(\cup; (\Delta)) = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{261}}$	

140

محاو الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة
المجموع	مجزأة	
4	التمرين الثالث: (04 نقاط)	
	(1) $U_0 = 3$ ، $U_5 = 18$ و $U_3 = 12$ ، $d = 6$	0.25×3+0.5
	(2) $U_n = 3 + 3n$ و $2010 = 3 + 3 \times 669$ و رتبته 670	0.75
	(3) $10080 = \frac{5}{2}(u_N + u_{N+4})$ ومنه $u_N = 2010 = u_{669}$	0.5
	(4) أ) $S = 3(n+1)(2n+1)$ ب) $S_2 = 3n(n+1)$ و $S_1 = 3(n+1)^2$	0.5 0.5×2
07	التمرين الرابع: (07 نقاط)	
	أ) 1) $f'(x) = (3x+7)e^x$	0.25
	2) $f''(x) = (3x+10)e^x$	0.25
	البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معلوم فإن:	
	3) $f^{(n)}(x) = (3x+3n+4)e^x$	0.75
	ب) $(c_1; c_2) \in \mathbb{R}^2$ حيث $y = (3x+10)e^x + c_1x + c_2$	0.25
	2) - أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x + 4 \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	0.25
	ب) $y = 0$ معادلة المستقيم المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$	0.25
	ب- إشارة f' ، f متزايدة تماماً على $[-\frac{7}{3}; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]-\infty; -\frac{7}{3}]$	0.25×3
	جدول التغيرات	0.5
	أ) 3) معادلة (Δ) : $y = -(3x+16)e^{\frac{10}{3}}$	0.5
	ب) إشارة $f''(x)$ ، f'' نقطة انعطاف $(-\frac{10}{3}; f(-\frac{10}{3}))$	0.25×2
	ج) رسم (C_f) و (Δ)	0.75
	أ) 4) $\int_{-1}^x te^t dt = (x-1)e^x + \frac{2}{e}$	0.75
	د) دالة أصلية لـ f : $F(x) = (3x+1)e^x + c$	0.5
	ب- $A(\lambda) = -\int_{\lambda}^{\frac{4}{3}} f(x) dx = (3\lambda+1)e^{\lambda} + 3e^{-\frac{4}{3}}(ua)$	0.5
	$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda) = 3e^{-\frac{4}{3}} (ua)$	0.25

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	محاو الموضوع								
مجزأة	المجموع										
04		التمرين الأول: (04 نقاط)									
	0.75	 $k \in \mathbb{Z}$ حيث $(x, y) = (7k + 1, 13k + 2)$ (1)									
	0.75	 $k \in \mathbb{Z}$ ، $a = 91k + 13$ (2)									
	0.75	(3) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 7									
		<table border="1"> <tr> <td>n</td> <td>$3k$</td> <td>$3k + 1$</td> <td>$3k + 2$</td> </tr> <tr> <td>باقي القسمة</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	باقي القسمة	1	2	4	
	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$							
	باقي القسمة	1	2	4							
	0.75	 بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13									
		<table border="1"> <tr> <td>n</td> <td>$3k$</td> <td>$3k + 1$</td> <td>$3k + 2$</td> </tr> <tr> <td>باقي القسمة</td> <td>1</td> <td>9</td> <td>3</td> </tr> </table>	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	باقي القسمة	1	9	3	
	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$							
باقي القسمة	1	9	3								
0.25	$0 \leq \beta < 9$ و $0 < \alpha < 9$ مع $b = 6 + 8 \times 9 + \beta \times 9^3 + \alpha \times 9^6$ (4										
0.25	$\alpha + \beta \equiv -1[7]$ تكافئ $b \equiv 0[7]$										
0.25	$\alpha + \beta \equiv 0[13]$ تكافئ $b \equiv 0[13]$										
0.25	ومنه $\alpha + \beta = 13$ وعليه : $(\alpha, \beta) \in \{(5, 8), (8, 5), (6, 7), (7, 6)\}$										
05		التمرين الثاني: (05 نقاط)									
	0.5×2	 $\lambda \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases}$: (Δ) ، $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = \frac{3}{2}t \end{cases}$: (D) (1)									
	0.5	 $G(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1)$ متقاطعان في النقطة G و (Δ) و (D)	التمثيل الوسيطي								
	0.5	 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (2)	لمستقيم								
	0.25	 G مركز ثقل المثلث ABC	معادلة مستو								
	0.5	 $\vec{n}(6; 3; 2)$ أو $\vec{n}(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ (3)	مركز ثقل مثلث								
	0.5	 $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$ معادلة للمستوى (ABC)	بعد نقطة عن مستقيم								
	0.5	 المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) تساوي : $\frac{6}{7}$ (4)									
	0.75	 $H(\frac{5}{17}; \frac{12}{17}; \frac{18}{17})$ -1 (5)									
	0.5	 ب- المسافة بين B و (D) تساوي : $BH = \frac{\sqrt{833}}{17} = \frac{7}{\sqrt{17}}$									

142

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)	الأعداد المركبة المتتاليات
	0.5	1/ أ) خطأ، لأن $a = \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$	
	1	ب) صحيح لأن: $a^{2011} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\bar{a} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$	
	0.5	2/ أ- خطأ لأن زاويته هي $\frac{3\pi}{4}$	
	0.5	ب- خطأ لأنه مجموعة النقاط M هي نصف مستقيم مفتوح مبدؤه: A	
	0.5	3/ أ) صحيح لأن: $\frac{3}{4} \left[-\frac{7}{12} \left(\frac{3}{4} \right)^n + \frac{2}{3} \right] + \frac{1}{6} = -\frac{7}{12} \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} + \frac{2}{3}$	
	0.5	ب) خطأ لأن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n > 0$	
07	0.5	ج) خطأ لأن: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{2}{3}$	دالة لوغاريتمية دوال أصلية وحساب المساحات الوضع النسبي
		التمرين الرابع: (07 نقاط)	
	0.25×2	1- أ) $-1 < g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$ ، g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$	
	0.25×3	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$ جدول التغيرات	
	0.25	ب- $g(1) = 0$	
	0.5	إشارة $g(x)$: $g(x) > 0$ من أجل $x > 1$ و $g(x) < 0$ من أجل $0 < x < 1$	
	0.25	2- أ) f قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ لأنها جداء دالتين قابلتين للاشتقاق	
	0.5	 $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$	
	0.25	f متزايدة تماماً على $]1; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]0; 1[$	
	0.25×3	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ جدول التغيرات	
		ب- $- \ln x = \frac{-\ln x}{x^2}$ ومنه $f(x) - \ln x = \frac{-\ln x}{x^2}$ و (C_f) فوق (δ) من أجل $0 < x < 1$ و (C_f)	
	0.25×2	تحت (δ) من أجل $x > 1$	
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln x = 0$	
	0.25	نستنتج أن (δ) منحنى مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$	
	0.75	رسم (C_f) و (δ)	
	0.5	3- أ) $\int_1^x \frac{1}{t^2} \ln t dt = -\frac{1}{x} (1 + \ln x) + 1$	
	0.25	 $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية لـ $x \mapsto \ln x$ على $]1; +\infty[$	
	0.25	 $F(x) = \frac{(x^2 + 1) \ln x - x^2 + 1}{x}$ [1; +∞[المجال f على المجال $]1; +\infty[$	
	0.25	ب- $A(\alpha) = \int_1^\alpha (\ln x - f(x)) dx = 1 - \frac{1 + \ln \alpha}{\alpha} (u_a)$	
	0.25	 $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha) = 1 (u_a)$	