

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. نعتبر المعادلة: (1) $7x + 65y = 2009$ ، حيث: x و y عدنان صحيحان.
(أ) بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7.
(ب) حل المعادلة (1).
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9.
3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n} + 3n + 2$ القسمة على 9.
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^{6n} - 1$.
(أ) تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9 .
(ب) حل المعادلة: (2) $(7u_1)x + (u_1)y = 126567$ ذات المجهول (x, y) ، حيث: x و y عدنان صحيحان.
- (ج) عيّن الثنائية (x_0, y_0) حل (2) حيث x_0 و y_0 عدنان طبيعيين مع $y_0 \geq 25$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,0,0)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,0,2)$.
- (1) بين أن النقط A و B و C ليست في استقامة.
 - (2) جد معادلة للمستوي (ABC) .
 - (3) جد تمثيلا ومبسطا للمستقيم (BC) .
 - (4) (P) المستوي الذي معادلته: $2x + 2y + z - 2 = 0$.
(أ) بين أن: (P) و (ABC) متقاطعان.
(ب) بين أن: (P) يشمل B و C ، ماذا تستنتج ؟
 - (5) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (E) $Z^3 - 3Z^2 + 3Z - 9 = 0$...
- (1) أ) تحقق أن 3 حل للمعادلة (E)، ثم عين الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث، من أجل كل عدد مركب Z فإن: $Z^3 - 3Z^2 + 3Z - 9 = (Z - 3)(aZ^2 + bZ + c)$.
- ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).
- (2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- النقط A و B و C صور الأعداد المركبة $Z_A = 3$ و $Z_B = i\sqrt{3}$ و $Z_C = -i\sqrt{3}$.
- بيّن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
- (3) D النقطة التي لاحقتها $Z_D = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ و E صورتها بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.
- عين Z_E لاحقة النقطة E .
- (4) F النقطة التي لاحقتها $Z_F = 1 - i\sqrt{3}$.
- أ) احسب $\frac{Z_F}{Z_E}$ واستنتج أن المستقيمين (OE) و (OF) متعامدان.
- ب) عين Z_G لاحقة النقطة G بحيث يكون $OEGF$ مربعاً.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (3 - x)e^x - 3$
- (1) ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2,82 < \alpha < 2,83$.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- II الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، اكتب معادلة (T) مماس (C_f) عند المبدأ O .
- (2) أ) بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ب) بيّن أنه من أجل $x \neq 0$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$.
- ج) تحقق أن $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$ ثم عين حصره.
- د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .
- (3) احسب $f(x) + x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x \mapsto -x^3$.
- بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسر النتيجة هندسياً.
- (4) أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13.
- 2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من العددين $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13.
- 3- عيّن، حسب قيم n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.
- 4- نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$.
 - أ- من أجل $p = 3n$ ، عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13.
 - ب- برهن أنه إذا كان $p = 3n + 1$ فإن A_p يقبل القسمة على 13.
 - ج- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p = 3n + 2$.
- 5- يكتب العددين الطبيعيين a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي:

$$b = \overline{1000100010000} \quad \text{و} \quad a = \overline{1001001000}$$
 - أ- تحقق أن العددين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.
 - ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13.

التمرين الثاني: (05 نقط)

- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
1. نسمي A ، B و I النقط التي لاحقاتها على الترتيب: $Z_A = 1 - 4i$ ، $Z_B = -1 - 2i$ و $Z_I = 1 - 2i$.
 - أ- علم النقط A ، B و I .
 - ب- اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $Z = \frac{Z_I - Z_A}{Z_I - Z_B}$.
 - ج- ما هو نوع المثلث IAB ؟
 - د- صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2. احسب اللاحقة Z_C للنقطة C .
 - هـ- D مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; -1), (C; 1)\}$. احسب اللاحقة Z_D للنقطة D .
 - و- بيّن أن $ABCD$ مربع.
 2. عيّن وأنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$.
 3. عيّن وأنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 1$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1; 2; 1)$ ، $B(2; 1; 3)$ ، $C(0; -1; 2)$ ، ولتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM=BM$.
- 1- بين أن (P) هو المستوي الذي معادلته: $3x - y + 2z - 4 = 0$.
 - 2- عيّن معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A ويوازي (P) .
 - 3- أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (D) الذي يشمل C ويعامد (P) .
ب - عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D) .
ج - احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .
 - 4- عين تمثيلاً وسيطياً للمستوي (Π) الذي يحوي المستقيم (AC) ويعامد المستوي (P) ، ثم استنتج معادلة له.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - 1 - 2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$.
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.
 - 2- أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.
ب - ادرس تغيرات الدالة g .
ج - احسب $g(1)$.
 - د - برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.
 - هـ - استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.
- (3) f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:
- $$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x & ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
- أ - احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسياً.
 - ب - احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.
 - ج - بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
 - د - شكل جنول تغيرات الدالة f ، بين أن: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha - 1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصراً للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.
 - 4- ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0; 3]$.