



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$v_n = u_n - 3n + 1 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$$

(1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$ ؟

ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1, 2, 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1, 2.

(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وفي آن واحد.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

(1) قيم المتغير العشوائي X هي: أ) $\{1; 2; 3\}$ ، ب) $\{0; 2; 3\}$ ، ج) $\{0; 1; 2\}$

(2) الأمل الرياضي $E(X)$ لـ X هو: أ) $E(X) = \frac{4}{5}$ ، ب) $E(X) = \frac{6}{5}$ ، ج) $E(X) = \frac{11}{10}$.

(3) احتمال "الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكرات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، ج) $\frac{3}{5}$



- (4) احتمال "باقي" قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " يساوي: (أ) $\frac{2}{5}$ ، (ب) $\frac{3}{10}$ ، (ج) $\frac{1}{5}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على

$$\text{الترتيب: } z_A = 1+i , z_B = 2+i \text{ و } z_C = \frac{3}{2} + i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

(Γ) الدائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها 1 .

(1) (أ) تحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ).

(ب) عيّن قياسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ ثم استنتج أن صورة C بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته.

(2) S التشابه المباشر الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = (1+i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$$

(أ) حدّد العناصر المميزة للتشابه S .

(ب) عيّن z_D لاحقة D صورة B بالتشابه S .

(3) ماهي نسبة التّحاكي h الذي مركزه A حيث $S = hor$ ؟ استنتج أن النقط A ، C و D في استقامية.

(4) (E) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^*$

- تحقق أن النقطة C من المجموعة (E). ثم حدّد طبيعة (E) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (x+3)e^x - 1$

و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .

بقراءة بيانية

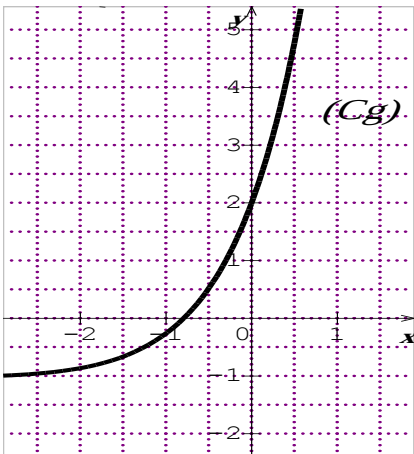
(أ) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1; \frac{-1}{2}\right[$

بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$





و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاريا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0.7$)

(5) احسب $f(x) - g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدالة h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ فإنّ : $h(x) = f(x-2) + 1$.

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة ذات المجهول (x, y) : $(E) : 5x - 3y = 1 \dots$ ، حيث x و y عدنان صحيحان.
(أ) تحقق أن الثنائية $(6n + 2 ; 10n + 3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.
(ب) استنتج أن العددين $6n + 2$ و $10n + 3$ أوليان فيما بينهما.
(2) نضع $a = 10n + 3$ و $b = 3n + 5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
(أ) بين أن $d = 1$ أو $d = 41$.
(ب) بين أنه إذا كان $d = 41$ فإن $n \equiv 12[41]$.
(3) ليكن العدنان الطبيعيان $A = 20n^2 + 36n + 9$ و $B = 6n^2 + 19n + 15$.
(أ) بين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $2n + 3$.
(ب) جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .
(1) احسب احتمال الحوادث التالية:
(أ) الحادثة A : « الحصول على كرية بيضاء واحدة » .
(ب) الحادثة B : « الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر » .
(ج) الحادثة C : « الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية » .
(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.
(أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.
(ب) احسب $P(X^2 - X \leq 0)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) (أ) تحقق أن: $(2 - 2\sqrt{3})^2 = 16 - 8\sqrt{3}$.
(ب) عيّن على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين L_1 و L_2 للعدد المركّب Z حيث : $Z = -16\sqrt{3} - 16i$



(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي

$$\cdot z_C = -\frac{1}{4}z_A \text{ و } z_B = \frac{1}{2}iz_A, \quad z_A = 4e^{i\frac{\pi}{3}} + 4e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

$$\cdot z_A = 4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}} \text{ ثم بيّن أن الشكل الجبري،}$$

$$(2) \text{ استنتج القيمتين المضبوطتين للعددتين الحقيقيين } \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right).$$

$$(3) S \text{ التشابه المباشر الذي يحول } A \text{ إلى } B \text{ و يحول } B \text{ إلى } C.$$

لتكن M' النقطة ذات اللاحقة z' صورة النقطة M ذات اللاحقة z بالتشابه S .

$$\cdot z' = \frac{1}{2}iz \text{ (أ) بيّن أن:}$$

(ب) حدّد العناصر المميزة للتشابه S .

$$(4) G \text{ النقطة ذات اللاحقة } z_G \text{ مرجح الجملة } \{(A; 2), (B; -2), (C; 4)\}.$$

$$\cdot z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ (أ) بيّن أن:}$$

(ب) (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث:

$$\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 2\sqrt{2}$$

- حدّد طبيعة (E) وعناصرها المميزة، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه S .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$

احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \text{ ثم بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\cdot f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2} \text{ (ب) بيّن أنه من أجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[$$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

(ب) تحقّق أن: $0,7 < \alpha < 0,8$.



(4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0; +\infty[$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f) .

(5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متميزين.

(6) نقبل أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x+1$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$.

ب) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1; +\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية

للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$.

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتاهما : $x = e - 1$ و $x = e^2 - 1$.

- باستخدام جواب السؤال 6 - أ) ، بين أن : $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$.

انتهى الموضوع الثاني