



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{e \cdot x + 1}$ (أساس اللوغاريتم النيبيري)

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = \frac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{e}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{e \cdot u_n (\frac{1}{e} - u_n)}{e \cdot u_n + 1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنها متقاربة.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{e \cdot u_n}{e \cdot u_n - 1}$

أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حددها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 1 + \frac{1}{e \cdot u_n - 1}$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(0;0;2)$ ، $B(0;3;-1)$

$$\text{والمستوي } (p) \text{ المعروف بالتمثيل الوسيطى: } \begin{cases} x = t + m \\ y = 4t - 2m + 1 \\ z = t - 2m - 2 \end{cases} \text{ حيث } m \text{ و } t \text{ عدنان حقيقيان.}$$

(1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له.

(2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستوي (Q) .

(3) أ) تحقق أن: $2x - y + 2z + 5 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) .

ب) بين أن المستوي (p) يشمل النقطة B و يعامد المستوي (Q) .

(4) لتكن M نقطة احداثياتها $(2t; 2t; -t+2)$ حيث t عدد حقيقي.

أ) عين قيم t بحيث تكون $d(M; (P)) = d(M; (Q))$ (ترمز d الى المسافة بين نقطة و مستوي).

ب) استنتج احداثيات C مركز سطح الكرة (S) التي تماس كل من المستويين (Q) و (p) في النقطتين A و B على الترتيب و احسب نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$.

لتكن النقطتين A و B لاحتاتهما $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_B = \overline{z_A}$ (يرمز الى مرافق z_A)

(1) اكتب على الشكل الأسّي كل من العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ، ثم بين أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف.

(2) لتكن النقطة C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) .

بين أن للاحقة النقطة C هي $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$

(3) احسب z_D للاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $(-\frac{\pi}{2})$.

(4) أ) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

ب) اوجد للاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي $ACED$ مربعا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- (2) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.
ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$
- (4) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسر النتيجة بيانيا.
- (5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.
- (6) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.
ب) تحقق أنّه من أجل كل x من $]-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بيّن أنّ $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$
- (7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$ ، حيث $x \in [-2; 1[$

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بعدها العام كما يلي $u_n = 2(3)^n$.
 و (v_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = 5v_n + u_n$.
 (1) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.
 - اثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول.
 (2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 5^{n+1} - 3^n$.
 (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8 .
 (4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .
 نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.
 (I) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كرتين مختلفتين في اللون " .
 (2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين من نفس اللون " .
 (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) .
 فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ،
 وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه. وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
 (1) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha, 50-\alpha, 100-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.
 (2) بيّن أنّ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
 ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

- (I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2 - 2z + 1 = 0$... (E)
 ب) اكتب العددين $\frac{1}{z_1}$ و $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسّي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E) .
 (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها
 $z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$

- (1) أ) احسب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC .
 ب) استنتج أن B هي صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته .
 (2) اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ و استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.
 (3) حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تُحقق ما يلي:

$$|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$$

 (4) بيّن أنّ النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$.
 (1) أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;1[$.
 ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,15 < \alpha < 0,16$.
 (2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.
 (II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-2x + \ln x}{x-1}$.
 و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$) ،
 ثم فسّر النتيجةين بيانيا.

- (2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$.
 ب) بيّن أن f متزايدة تماما على $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .
 (3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$.
 (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx -1,8$).
 (5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلّين متمايزين.