

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

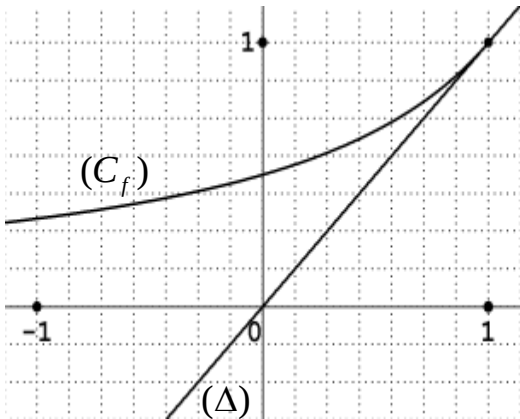
الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;2;0)$ ، $B(0;-2;2)$ و $C(1;1;3)$.

- (1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC) .
- (2) نعتبر (P') المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ ، تحقق أن معادلة (P') هي: $x + 2y - z = 0$.
- (3) بين أن المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.
- (4) بين أن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1), (C;-12)\}$ هي نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) ، ثم عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC}\| = 10\|\vec{OA}\|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty; 1]$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.



(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = -1$ حيث

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$.

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{2}{1-u_n}$.

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حددها العام v_n بدلالة n .

(ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقتها : $z_A = -1$ ، $z_B = 2+i$ و $z_C = -i$.

(1) اكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) عيّّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C ويحول B إلى A .

(3) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى C والنقطة E صورة D بالتشابه S .

(أ) عيّّن z_D لاحقة D ثم تحقق أن: $z_E = 1 - 2i$ حيث z_E لاحقة E .

(ب) حدّد طبيعة الرباعي $ADEB$.

(4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z . (M تختلف عن A و B)

حيث $\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بيّن أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$.

(ب) استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0,45; 0,46[$ ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر β يطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

(7) بيّن أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$y = -2x + 3 \text{ و } x = \beta \text{ و } x = 3.$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(-1;2;-3)$ ، $C(0;5;2)$ ، $D(4;7;0)$.

(1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستو.

(2) أ) أثبت أن المستقيم (CD) عمودي على كل من المستقيمين (AB) و (AC) .

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) ، ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) .

(3) أ) حدّد طبيعة المثلث ABC .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1[11]$.

(2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

(3) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$ يقبل القسمة على 11.

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$ قابلا للقسمة على 11.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها: $z_A = 1+i$ ، $z_B = \bar{z}_A$ ، $z_C = \frac{1}{2}(1-i)$ و $z_D = \bar{z}_C$.

(1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعددين z_B و z_D .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n = (z_B)^n$.

(2) أ) اوجد نسبة ومركز التحاكي h الذي يحول D إلى A ويحول C إلى B .

ب) احسب طولية العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ADCB$.

(3) جد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2), (B;2), (C;-1), (D;-1)\}$.

(4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\|2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}\| = \sqrt{5}$.

بين أن A نقطة من (Γ) ، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1,48; -1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد

الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) بيّن أنّ $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(5) نرمز بـ S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$x = \alpha$ ، $x = 0$ و $y = 0$.

أثبت أنّ: من أجل كل $x \in [\alpha; 0]$ ، $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بيّن أنّ: $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$.