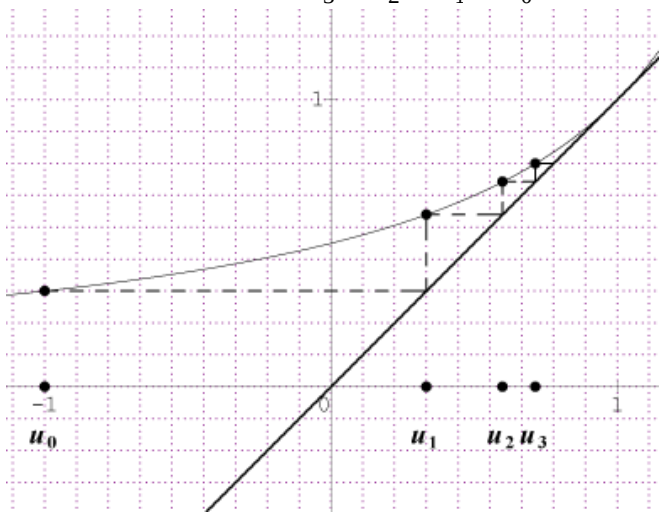


الموضوع الأول

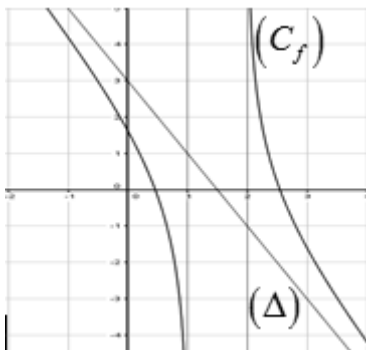
التمرين الأول: (04 نقاط)

0.50	0.50	(1) معادلة المستوي $(P): x + 3y + z - 8 = 0$
01	01	(2) التحقق أن معادلة (P') هي : $x + 2y - z = 0$.
0.75	0.25	(3) (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأن الشعاعين الناظرين لكل من (P) و (P') غير مرتبطين خطياً
	0.50	$\begin{cases} x = 5t - 16 \\ y = -2t + 8 \\ z = t \end{cases} \quad / t \in \mathbb{R} : (\Delta)$ التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ)
1.75	0.50	(4) إحداثيات $G : \left(1; \frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$
	0.25	(1)..... $C; B; A$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $G \in (ABC)$
	0.25	(2)..... (Δ) تحقق جملة التمثيل الوسيطى لـ $G \in (\Delta)$ لأن إحداثيات G من (1) و (2) نجد $\{G\} = (ABC) \cap (\Delta)$
	0.50	مجموعة النقط:
	0.25	$MG = OA \quad \text{تكافئ} \quad \ \vec{MA} + \vec{MB} - 12\vec{MC}\ = 10\ \vec{OA}\ $
		(E) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها OA

التمرين الثاني: (04 نقاط)

0.75	0.50	(1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مُبرزاً خطوط التمثيل
	0.25	
		التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ومتقاربة

0.75	0.75	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$.
0.75	0.50 0.25	(3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما . تقارب (u_n) : المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .
1.75	0.50 0.50	(4) أ) المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$ عبارة الحد العام : $v_n = 2n + 1$
	0.50 0.25	ب) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$ النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.50 0.50	(1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$ طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC قائم في C لان $(\vec{CB}; \vec{CA}) = \frac{\pi}{2}$
01	01	(2) العبارة المركبة للتشابه المباشر S : $z' = \frac{1}{2} i z - \frac{1}{2} - i$.
1.50	0.50 0.25	(3) أ) لاحقة D : $z_D = -2 - 3i$ التحقق أن: $z_E = 1 - 2i$
	0.75	ب) الرباعي $ADEB$ معين .
01.50	0.25 0.25 0.50 0.50	(4) التحقق أن النقطة C تنتمي الى (Γ) : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ طبيعة المجموعة (Γ) : $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ معناه $(\vec{MB}; \vec{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ / $k \in \mathbb{Z}$ (Γ) هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداثها النقطتين A و B وتشمل النقطة C . إنشاء (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)																	
1.25	2×0.25 0.25	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$; $x=2$															
	2×0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$															
01	0.50 0.50	(2) بين أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، جدول تغيرات الدالة f . <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td></td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty \rightarrow -\infty$</td> <td></td> <td></td> <td>$+\infty \rightarrow -\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-			-	$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$			$+\infty \rightarrow -\infty$
	x	$-\infty$	1	2	$+\infty$												
$f'(x)$	-			-													
$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$			$+\infty \rightarrow -\infty$													
01	0.25 0.50	(3) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ ، من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $f(3-x) + f(x) = 0$ ،															
	0.25	ب) (C_f) يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2}; 0)$															
01	0.50 0.25 0.25	(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0, 45; 0, 46[$ استنتج أنها تقبل حلا آخر β لدينا $f(\alpha) = 0$ و $f(3-\alpha) + f(\alpha) = 0$ $\beta = 3 - \alpha$ حصر β : $2,54 \leq \beta \leq 2,55$															
	0.50	(5) (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$ وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) . لما $x < 1$ يقع تحت (Δ) . لما $x > 2$ يقع فوق (Δ)															
	0.50																
0.75	0.25 0.50	(6) ارسم (Δ) و (C_f) . 															

01	0.50	<p>(7) اثبات أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة</p> <p>$x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.</p> <p>حساب بدلالة β المساحة : $S = \int_{\beta}^3 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)dx = 2h(3) - 2h(\beta)$</p>
	0.50	

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

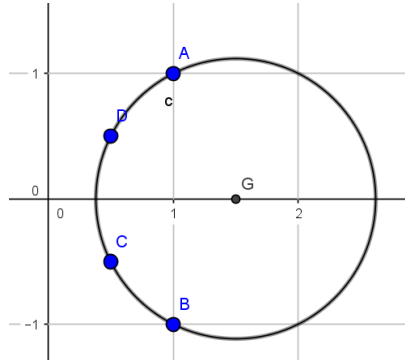
0.75	0.75	(1) اثبات أن النقط A, B, C تعين مستو
1.75	0.50	(2) أ) $\begin{cases} \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \text{ يكفي اثبات } \begin{cases} (CD) \perp (AB) \\ (CD) \perp (AC) \end{cases}$
	0.75 0.50	ب) معادلة المستوي $(ABC): 2x + y - z - 3 = 0$ حساب المسافة $d(D; (ABC)) = 2\sqrt{6}$
1.50	0.50	(3) أ) المثلث ABC قائم في النقطة A لأن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
	01	ب) حجم رباعي الوجوه $ABCD: V_{ABCD} = 14 u.v$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

01	01	(1) اثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $k, 4^{5k} \equiv 1[11]$
01	01	(2) الاستنتاج $4^{5k} \equiv 1[11]; 4^{5k+1} \equiv 4[11]; 4^{5k+2} \equiv 5[11]; 4^{5k+3} \equiv 9[11]; 4^{5k+4} \equiv 3[11]$
01	01	(3) اثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, (2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1) \equiv 0[11]$
01	01	(4) $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3) \equiv 0[11]$ معناه $n = 11k + 6 / k \in \mathbb{N}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1.50	2×0.25	(1) أ) اكتب $z_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_A = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
	2×0.25	استنتاج الشكل الأسّي $z_D = \bar{z}_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = \bar{z}_A = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$
	0.50	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n = (z_B)^n$ معناه $n = 4k / k \in \mathbb{N}$
1.50	0.50	(2) أ) مركز التحاكي h هو O ونسبته 2
	0.25	ب) $\left \frac{z_C - z_B}{z_D - z_A} \right = 1$
	0.75	الرباعي $ADCB$ شبه منحرف متساوي الساقين لأن $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC} \\ BC = AD \end{cases}$
0.50	0.50	(3) $z_G = \frac{3}{2}$

1.50	0.50	$2(z_B - z_A) - (z_C - z_A) - (z_D - z_A) = 1 - 2i$ لأن $A \in (\Gamma)$ (4										
	0.50	المجموعة (Γ) هي مجموعة نقط دائرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{2}$										
	0.50	انشاء (Γ)										
												
التمرين الرابع: (07 نقاط)												
0.50	0.25 0.25	(I) 1) دراسة اتجاه التغير: g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدنا $g'(x) = 3x^2 + 6$ g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن $3x^2 + 6 > 0$										
01	0.50 0.50	(2) اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1,48; -1,47[$ إشارة $g(x)$ <table border="1" data-bbox="989 1243 1334 1355"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	α	$+\infty$									
$g(x)$	$-$	0	$+$									
1.75	0.50	(II) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$										
	0.50	ب) تبيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ اتجاه تغير الدالة: <table border="1" data-bbox="984 1695 1351 1807"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$							
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$								
0.25	الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$ ومتزايدة تماما على المجالين $]-\infty; \alpha]$ و $[0; +\infty[$											

	0.50	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	-3	$+\infty$
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$														
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$													
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	-3	$+\infty$														
01	0.50	$\lim_{ x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{ x \rightarrow +\infty} \frac{-2(x+3)}{x^2 + 2} = 0 \quad (2)$																
	0.50	<p>(ب) الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)-x$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table> <p>$x \in]-\infty; -3[$ لما (Δ) فوق (C_f) $x \in]-3; +\infty[$ لما (Δ) تحت (C_f) $(C_f) \cap (\Delta) = \{I(-3; -3)\}$</p>	x	$-\infty$	-3	$+\infty$	$f(x)-x$	$+$	0	$-$								
x	$-\infty$	-3	$+\infty$															
$f(x)-x$	$+$	0	$-$															
01	0.50	<p>(3) بيان أنَّ $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$</p>																
	0.50	<p>استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$. $-2,22 < f(\alpha) < -2,21$</p>																
0.75	0.25	<p>(4) رسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .</p>																
	0.50																	
	0.25	<p>(5) اثبات أنَّ: من أجل كل $x \in [\alpha; 0]$ ، $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بيان أنَّ : $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$</p> <p>من جدول تغيرات الدالة f</p>																

01	0.75	<p>إذا كان $\alpha \leq x \leq 0$ فإن $f(0) \leq f(x) \leq f(\alpha)$</p> $-\int_{\alpha}^0 f(\alpha)dx \leq -\int_{\alpha}^0 f(x)dx \leq -\int_{\alpha}^0 (-3)dx$ <p>معناه $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$</p>
----	------	---