

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقط : $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$

و $C\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; 5\right)$ والمستوي (P) الذي $x - 2y + z - 3 = 0$ معادلة له و المستقيم (Δ) الذي

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 4 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة ، حددها مع التعليل.

الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)	
(Δ)	(AB)	(AC)	1 المستوي (P) يحوي المستقيم
متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان	2 المستويان (P) و (ABC)
A	B	C	3 المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة
متقاطعان	متوازيان	ليس من نفس المستوي	4 المستقيمان (Δ) و (AC)
مستو	سطح كرة	مجموعة خالية	5 مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2 - 9CM^2 = 0$ هي

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $9z^2 - 6\sqrt{3}z + 4 = 0$.
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب:

$$z_A = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i \quad \text{و} \quad z_B = \overline{z_A}$$

أ- اكتب كلاً من z_A و z_B على الشكل الأسّي.

$$\text{ب- بيّن أنّ: } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = 0$$

ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا.

$$(3) \quad f \text{ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة } M \text{ لاحقتها } z \text{ النقطة } M' \text{ لاحقتها } z' \text{ حيث: } z' = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$$

- أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي f و عناصره المميزة.
- ب- احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f .
- ج- عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $6x - 7y = 19$ حيث x و y عددان صحيحان.
- (1) جد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E) .
- (2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقّق: $\begin{cases} \lambda \equiv 24[7] \\ \lambda \equiv 5[6] \end{cases}$ ، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42.
- (3) عيّن جميع الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x + y - 1| \leq 13$.
- (4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.
- ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020[7] \\ n \equiv 1437[6] \end{cases}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$(I) \quad g \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال }]-1; +\infty[\text{ كما يلي: } g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$$

- (1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
- (2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$.
- ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب- بين أن: $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ ثم أعط حصارا لـ $f(\alpha)$ (تُدور النتائج إلى 10^{-2}).

(3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1; +\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$.

أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $h'(x) = f'(x) - f'(a)$.

ب- باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغير h على $]-1; +\infty[$.

ج- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

(4) أ- بين أنه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

(5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3)\ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$.

أ- بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) والمستقيمتين التي معادلاتها: $x=1, y=0$ و $x=2$.

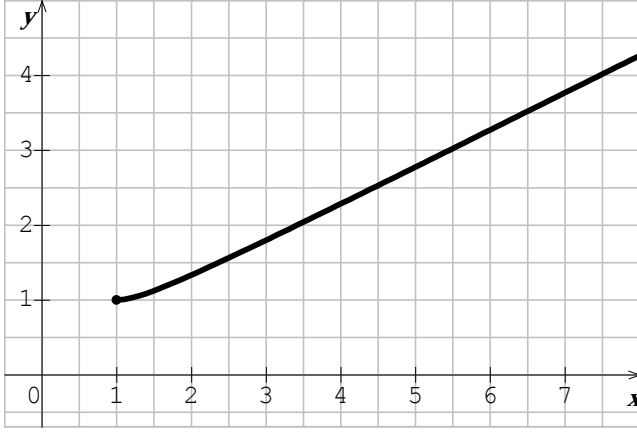
انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$.

(2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$u_0 = 6 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = f(u_n).$$

أ- انقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى

للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) مؤضحا خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 1 \leq u_n \leq 6$.

د- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

هـ- برّر تقارب المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$.

أ- برهن أن (w_n) متتالية هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدّها الأول.

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

ج- بين أن: $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \dots + \frac{1}{w_n}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4)(2z - \sqrt{2}) = 0.$$

(2) اكتب الحلول على الشكل الأسّي.

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C من المستوي التي لواحقتها

$$\text{على الترتيب: } a = \frac{\sqrt{2}}{2}, b = \sqrt{2} + i\sqrt{2} \text{ و } c = \sqrt{2} - i\sqrt{2}.$$

(1) علم النقط A ، B و C في المعلم السابق.

(2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته π

و النقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب.

$$\text{(III) نضع: } z = \frac{d-b}{e-b}.$$

(1) اكتب العدد المركب z على الشكل المثلثي.

(2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[DE]$ ، F نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I .

ما طبيعة الرباعي $BDFE$ ؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث:

$$A(3; -2; 2), B(6; 1; 5), C(6; -2; -1) \text{ و } D(0; 1; 1).$$

(1) بين أن ABC مثلث قائم في A .

(2) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (AB) .

(3) ليكن (P') المستوي حيث: $x - z - 1 = 0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1; -2; 1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P') .

(4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ- بين أن H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) .

ب- احسب المسافة بين D و (Δ) .

(5) أ- بين أن النقطة $E(0; 4; -1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ب- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.

(3) استنتج إشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

(1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$.

(2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب- بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; \alpha[$ و متناقصة تماماً على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ج- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسياً.

(3) أ- بيّن أنّ: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$.

ب- استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

ج- ارسم (C_f).

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً x و m وسيط حقيقي:

$$(E) \quad x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots$$

أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤوّل حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.

ب- عيّن بيانياً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

(5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).