

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05,5 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نسمي A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $z_2 = \sqrt{3} - i$ و $z_3 = i$

(أ) أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسّي.

(ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا ؟ برّر إجابتك.

(3) (أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C ، محددًا نسبته وزاويته.

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

(4) (أ) عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق:

$$|z - z_1|^2 + |z - z_3|^2 = 5$$

(ب) عيّن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $|z - z_1| = |z - z_3|$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - t' \quad (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2t' \end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(1) (أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

(ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعين بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

(2) (أ) أثبت أن النقطة $A(6; 4; 4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P)

(ب) بيّن أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)

- (3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(5;1;-7)$ شعاع ناظمي له.
 ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع (Q) مع كل من (Δ_1) و (Δ_2) على الترتيب.
 (4) أ) عيّن طبيعة المثلث BCD ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$
 ب) استنتج مساحة المثلث ACD

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I f هي الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - \ln(x-1)$

(1) حدد حسب قيم x ، إشارة $f(x) - x$

(2) أ) عيّن اتجاه تغير f

ب) بيّن أنه إذا كان $x \in [2; e+1]$ فإن $f(x) \in [2; e+1]$

II (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e+1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_n \in [2; e+1]$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) برر تقارب المتتالية (u_n) ، ثم أحسب نهايتها.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

I g الدالة المعرفة على المجال $]0;3[$ بـ: $g(x) = x \ln x + x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3[$

ثم تحقق أن $1,45 < \alpha < 1,46$

ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$

II التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على

المجال $]0;3[$ بـ: $f(x) = |x - 2| \ln x$

(1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

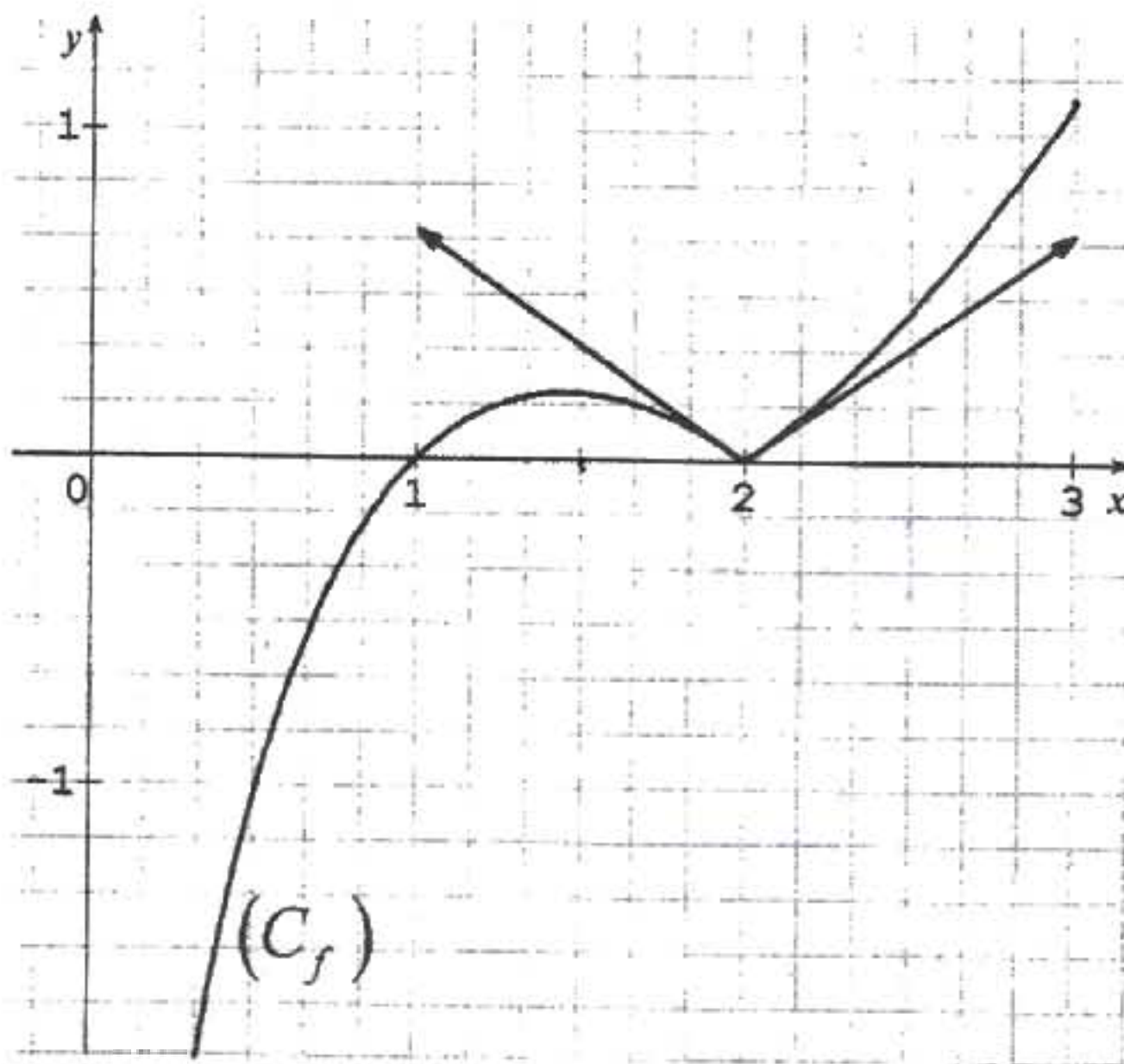
(2) أثبت صحة تخمينك.

(3) أدرس تغيرات الدالة f

III h الدالة المعرفة على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ كما يلي: $h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$

(1) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0 = 1 + i$

- (1) أ) عيّن ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + 2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$
- ب) عيّن ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + ke^{i\frac{3\pi}{4}}$ و k يمسح $\mathbb{R}^+$
- ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ')
- (2) نسمي B النقطة التي لاحقها z_1 حيث $z_1 = z_0 + 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث تكون النقطة O مرجحا للجملة $\{(A; \alpha), (C; \beta)\}$ و $\alpha + \beta = \sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $((1 + \sqrt{2})\overline{MA} - \overline{MC}) \cdot (\overline{MA} - \overline{MC}) = 0$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0; -1; 1)$ ، $B(1; 3; 2)$ و $C(-1; 3; 4)$

(1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية BAC

ب) بيّن أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

(2) أ) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(2; -1; 2)$ ناظمي للمستوي (ABC)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

(3) ليكن (S) سطح الكرة الذي معادلته: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$

نسمي Ω و R مركز و نصف قطر (S) احسب R و عيّن احداثيات Ω

(4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P_1) و (P_2) مماسي سطح الكرة (S) والموازيين للمستوي (ABC)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

n و p عددان طبيعيان.

(1) أدرس، حسب قيم n ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

(2) نضع: $C_n = 16n + 9$ و $D_p = 5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n = D_p$

ب) عيّن n من أجل $p = 6$

(3) f هي الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$
أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$

(4) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = 5^4 \left(u_n + \frac{9}{16} \right) - \frac{9}{16}$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن u_n عدد طبيعي.

(5) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بيّن أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلاً وحيداً α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $1,27 < \alpha < 1,28$

(ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

(ج) أرسم (T) و (C_f)

(4) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ حلاً واحداً في $\mathbb{R}$

(5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

(أ) بيّن أن الدالة h زوجية.

(ب) أرسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

(6) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث: a, b عدنان حقيقيان

عيّن a, b حتى يكون: من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = f(x)$