

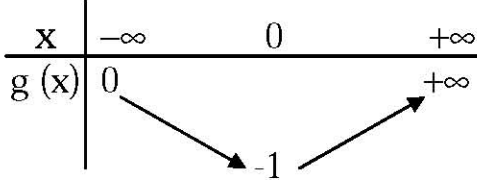
الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
04		التمرين الأول: (04 نقاط)
	0.5	1- لدينا: $\overrightarrow{AB}(2;-1;3)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;5;3)$ الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن النقط A ، B و C تعين مستويا (P) .
	0.5 + 0.5	2- لدينا $\vec{n}\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ - معادلة (P) هي : $2x + y - z - 5 = 0$.
	0.5	3- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -5 + t \\ z = -2 - t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$.
	0.5	ب- إحداثيات النقطة E هي $(3;-4;-3)$.
	0.75	4-أ- لدينا: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ وبما أن H مسقط عمودي لـ D على (AB) فإن: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ ومنه : $\lambda = \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{\ \overrightarrow{AB}\ ^2}$
	0.25 + 0.25	ب- استنتاج العدد الحقيقي λ : لدينا : $\overrightarrow{AD}(-2;-3;-1)$ ومنه : $\lambda = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}$ إحداثيات H هي : $\left(\frac{17}{7}; -\frac{12}{7}; -\frac{13}{7}\right)$ و $d(D;(AB)) = DH = \frac{3\sqrt{70}}{7}$
05		التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0.75	1- حل المعادلة: لدينا $\Delta = -100 = (10i)^2$ ومنه $S = \left\{-\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i; -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i\right\}$
	0.5 + 0.5 + 0.5	2- أ- طولية $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ وعمدة له : لدينا : $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = i$ ومنه: $1 = \left \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}\right $ ويعني: $\frac{AB}{AC} = 1$ و $\arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}\right) = \frac{\pi}{2}$ يعني: $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$.
	0.5	ب- طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.5 + 0.5	3- أ- تعيين z_D و z_E : A منتصف القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ ومنه: $z_D = 2z_A - z_B = -\frac{13}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_E = 2z_A - z_C = -\frac{13}{2} + \frac{5}{2}i$.
	0.5	ب- تعيين مجموعة النقط (Γ_1) : لدينا : $\ \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\ = 4MA$ ومنه $MA = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، إذن (Γ_1) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
	0.25 + 0.5	4- التحقق أن B تنتمي إلى (Γ_2) : $B \in (\Gamma_2)$ يعني $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ لدينا: $z_B + 4 = \frac{5}{2}(1+i)$ ومنه : $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن : $B \in (\Gamma_2)$. - تعيين (Γ_2) : لدينا $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$ أي $\arg(z - z_A) = \frac{\pi}{4}$ وتعني $(\vec{u}; \vec{AM}) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن (Γ_2) هي نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة B باستثناء النقطة A .
04	+ 0.5 +0.25 0.25	التمرين الثالث: (04 نقاط) 1/ $V_n = \frac{1}{2}V_{n-1}$ ، (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $V_0 = \frac{3}{2}$
	+0.5 0.5	2/ $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ ، $V_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
	+ 0.5 0.5	3/ $S_n = 3(1 - 2^{-n-1})$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 3$.
	+ 0.5 0.5	4/ $p_n = e^{6\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) - (n+1)}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = 0$.

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
07		التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0.5 +	I -1 اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$.
	0.5	$g'(x) = \frac{2(x+1)^2 + 1}{x+1}$ ومنه $g'(x) > 0$ من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ إذن g متزايدة تماما على المجال $]-1; +\infty[$.
	0.75 +	2- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: نجد $g(\alpha) = 0$ و $\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$.
	0.25	$g(0,31) \times g(0,32) < 0$
	0.25	3- إشارة $g(x)$: لـ $g(x) \leq 0$ لـ $x \in]-1; \alpha]$ و $g(x) \geq 0$ لـ $x \in [\alpha; +\infty[$.
	0.5	II -1 نهايتا الدالة f : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$
	0.5	2- التحقق أن: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$
	0.5	3- إتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ كإشارة $g(x)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1; \alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$.
	0.5	- جدول تغيرات الدالة f .
	0.25	4- تبيان أن: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)$.
	0.25	- استنتاج حصر لعدد $f(\alpha)$: $4,66 < f(\alpha) < 4,77$.
	0.5	5- تمثيل المنحنى (C_f) على المجال $]-1, 2]$.
	0.5	III -1 إثبات أن المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$: لدينا: $AM = \sqrt{(x+1)^2 + (\ln(x+1) - 2)^2} = \sqrt{f(x)}$.
	0.5	2- أ- تبيان أن للدالتين k و f نفس نفس إتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$.
	0.5	ب- تعيين إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن.
	0.25	ج- تبيان أن: $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني:
مجموع	مجزأة	
04.5		التمرين الأول: (04.5 نقطة)
	0.75	1-أ تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x = 2 + k \\ y = -5 + k; (k \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2k \end{cases}$.
	0.75	ب- الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (Δ): ليسا من نفس المستوي.
	0.5	2- $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) لأن $\vec{n} \perp \vec{AB}$ و $\vec{n} \perp \vec{u}_{(\Delta)}$.
	0.5	- معادلة المستوي (P) هي: $3x + y - 2z + 7 = 0$.
	+0.5 0.5	3-أ إحداثيات M و N: $M\left(\frac{37}{7}; \frac{-16}{7}; \frac{58}{7}\right)$ ، $N\left(\frac{31}{7}; \frac{-18}{7}; \frac{62}{7}\right)$.
	0.5	- الطول MN: $MN = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.
	0.5	ب- حساب المسافة بين نقطة كيفية من (P) و (Δ): $d(M; (P)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.
04.5		التمرين الثاني: (04.5 نقطة)
	01	1- مجموعة الحلول هي S حيث: $S = \{-5 + i\sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}\}$.
	0.5	2- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S هي: $z' = (1 - i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3}$.
	0.75	العناصر المميزة: النسبة: $k = 2$ ، الزاوية: $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ، لاحقة المركز: $z_{\omega} = 1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$.
	0.5	3-أ تعيين z_D : $z_D = \frac{1}{2}(2z_A - z_B + z_C) = -3 - i\sqrt{3}$.
	0.25+ 0.5	ب- الشكل الأسّي للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = -i\sqrt{3} = \sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$.
	0.25	- طبيعة المثلث ABD: المثلث ABD قائم في A.
	0.75	ج- تعيين (Γ): $DM = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ ، أي (Γ) هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $\sqrt{3}$.
03.5		التمرين الثالث: (03.5 نقطة)
	0.5	1. أ $\begin{cases} 11x_0 + 7y_0 = 1 \\ x_0 + y_0 = -1 \end{cases}$ ومنه $(x_0; y_0) = (2; -3)$
	0.5×2	ب) حلول المعادلة (E) هي: $k \in \mathbb{Z}$ ، $\begin{cases} x = 7k + 2 \\ y = -11k - 3 \end{cases}$

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.75	2. أ) $\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$ ومنه $11a + 7(-b) = 1$
	0.5	إذن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E)
	0.25	ب) $S = 77k + 23$ حيث: $k \in \mathbb{N}$ ومنه باقي قسمة S على 77 هو 23
	0.5	3) تحقق: $\begin{cases} n = 11a + 1 \\ n = 7b + 2 \end{cases}$
		$n < 2013$ ومنه أكبر قيمة هي: $n = 1948$
07.5	0.5	التمرين الرابع: (07.5 نقاط) I-1) تغيرات g . $g'(x) = xe^x$ 
	0.5	2) $g(x) > -1$ ومنه $1 + g(x) \geq 0$
	0.5 + 0.25	II-1) أ. f مستمرة على $]0; +\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.5	2- أ- التحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{x^2}$
	0.25	ب- اتجاه تغير الدالة f : f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.
	0.25	- جدول تغيرات الدالة f .
	0.5 + 0.25	III-1) اتجاه تغير الدالة f_n : لدينا من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'_n(x) = f'(x) + \frac{n}{x}$ ومنه $f'_n(x) > 0$ وبالتالي الدالة f_n متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.
	0.25 + 0.25	2- نهايتا الدالة f_n : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$.

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.5	3- الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) : $f_{n+1}(x) - f_n(x) = \ln x$: لما $0 < x < 1$ فإن (C_{n+1}) يقع تحت (C_n) ، ولما $x > 1$ فإن (C_{n+1}) يقع فوق (C_n) . و (C_{n+1}) يقطع (C_n) عند النقطة $B(1; e-1)$.
	0.25	4- من السؤال (3) نجد أن جميع المنحنيات تمر من النقطة $B(1; e-1)$. (وتقبل أية طريقة صحيحة)
	0.5	5- أ) تبين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0, 3; 0, 4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$ $f_1(0, 3) \times f_1(0, 4) < 0$
	0.5 + 0.5	ب- تبين أن $f_n(\alpha_1) < 0$ من أجل كل $n > 1$: من السؤال (3): من أجل $x \in]0, 1[$ ، $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ ، إذن من أجل كل $n > 1$ ، $f_n(x) < f_1(x)$ ، بما أن $\alpha_1 \in]0, 3; 0, 4[$ فإن $\alpha_1 < 1$ أي: $f_n(\alpha_1) < f_1(\alpha_1)$ ومنه : $f_n(\alpha_1) < 0$. - البرهنة على أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $[\alpha_1; 1]$ بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$.
	0.5	6- أ- تبين أنه من أجل كل x من $]0, 1[$ ، $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$. بما أن الدالة f متزايدة تماما على $]0, 1[$ فإن $f(x) \leq f(1)$ ومنه $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.
	0.25 + 0.25	ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$. $f_n(\alpha_n) = 0$ أي : $\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n} + n \ln(\alpha_n) = 0$ ومنه $n \ln(\alpha_n) = -\left(\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n}\right) \geq -(e-1)$. إذن : $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$. - استنتاج أن $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$: لدينا $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$ بتركيب الدالة الأسية نجد $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$
	0.25	ج- حساب نهاية المتتالية (α_n) . لدينا : $e^{\frac{1-e}{n}} \leq \alpha_n \leq 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{1-e}{n}} = 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = 1$.