

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات شعبة تقني رياضي بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة : تقني رياضي

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاو ر الموضوع												
المجموع	مجزأة														
04		التمرين الأول: (04 نقاط) 1/ حلول المعادلة (E) : $z_2 = \sqrt{3} + i$ ، $z_1 = \sqrt{3} - i$ $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ و $z_1 = 2 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right]$ 2/ (أ) $L = e^{i\frac{4\pi}{3}}$ (ب) إثبات أن $z_A - z_B = L(z_C - z_B)$ ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة $\sqrt{3} + i$ وقيس زاويته $\frac{4\pi}{3}$ (ج) المثلث ABC مثلث متقايس الساقين $AB = BC$ مساحته s حيث $s = \frac{1}{2} AC \times BH = \sqrt{3}ua$ حيث H منتصف [AC]	الشكل الأسوي للعدد المركب الدوران												
	0,25×2														
	0,5×2														
	0,5														
	0,25×3														
	0,5														
	0,75														
06		التمرين الثاني: (06 نقاط) 1/ من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ نجد $a = 1$ ثم من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ نجد $b = 2$ 2/ (أ) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ (B) $g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^2}$ وإشارته 0 $\xrightarrow{+}$ $\frac{1}{2}$ $\xrightarrow{-}$ $+\infty$ g متزايدة تماما على $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ جدول التغيرات: <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>g'(x)</td> <td>+</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>g(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </table> (ج) $g(x) = 0$ تكافئ $x = \frac{\sqrt{e}}{2e}$ (د) إنشاء (C_g) 3/ (أ) $h(x) = -\frac{\ln 2x}{2x}$ (ب) التحقق $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم $G(x) = -\frac{3+2\ln 2x}{4x}$	x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	g'(x)	+	-		g(x)	$-\infty$	1	0	دراسة الدالة اللوغاريتمية الدوال الأصلية
	x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
	g'(x)	+	-												
	g(x)	$-\infty$	1	0											
	0,5×2														
	0,25+0,5														
	0,25×2														
0,5+0,25															
0,25															
0,25															
0,5															
0,5															
0,5															
0,75+0,25															

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاور الموضوع
مجموع	مجزأة		
05		التمرين الثالث: (05 نقاط)	اتجاه تغير متتالية
	0.5×2	1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، $u_n > 1$	البرهان بالتراجع
	1	2/ حيث $u_n = f(n)$: $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ ، $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من أجل $x > 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$	نهاية متتالية
	0.5×2	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ، (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	
	0.25	3/ البرهان بالتراجع أن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.75	من أجل : $n=1$ ، $p_1 = u_1 = \frac{4}{3}$ نفرض $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا : $p_{n+1} = p_n \times u_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معنوم n فإن : $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.5×2	4/ $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \ln 2$ ، $s_n = \ln p_n$	
05		التمرين الرابع: (05 نقاط)	التعداد الموافقة القواسم
	1	1/ صحيح لأن: $PGCD(21;14) = 7$ و 7 لا يقسم 40	
	1	2/ خطأ لأن: $3421 + 1562 = 5313$	
	0.5×3	3/ خطأ لأن: $3^{64+\alpha} = 3^\alpha [7] + 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2011} = \frac{3^{2012} - 1}{2}$	هندسة فضائية
	1	حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $2012 = 6 \times 335 + 2$ ومنه $\frac{3^{64+\alpha} - 1}{2} = 4[7]$	
	0.5	4/ صحيح لأن: $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) و $\vec{u}$ شعاع توجيه (d) متعامدان وعليه $(P) \parallel (d)$ و $A \in (P)$ و $A \notin (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \emptyset$	
		ب) خطأ لأن: معادلة (Q) هي : $2x + y - z = 0$	
		ملاحظة: في كل سؤال تمنح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	

العلامة		عناصر الإجابة	مخاور الموضوع									
المجموع	مجزأة											
4.5	0,25×3	التمرين الأول: (04.5 نقطة) 1/ $\overline{AD}$ و $\overline{BD}$ غير متوازيين فالنقاط D, B, A تعين مستويا 2/ بما أن $\overline{CD} \cdot \overline{BD} = 0$ و $\overline{CD} \cdot \overline{AD} = 0$ فإن: (CD) يعامد (ABD) 3/ (CD) عمودي على (AB) و (CI) عمودي على (AB) ومنه (AB) يعامد (CDI) ب) $\overline{AB}(1, -2, -1)$ نأخذ للمستوي (CDI) و C نقطة منه فإن المعادلة الديكارتيّة هي: $x - 2y - z + 10 = 0$ ، التمثيل الوسيط لـ (AB) $\lambda \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$ $I\left(\frac{1}{6}; \frac{11}{3}; \frac{17}{6}\right)$ (ج) $AB = \sqrt{6}$ ، $CD = \sqrt{59}$ ، $DI = \frac{\sqrt{354}}{6}$ /4	تطبيقات الجداء السلمي التمثيل الوسيط لمستقيم الحجوم									
	1											
	0.5											
	0,5×2											
	0,5											
04	0,25×3	التمرين الثاني: (04 نقاط) 1/ $L = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ب) لدينا $L^{12} = -1$ ومنه $L^{12} + 1 = 0$ و $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5 + 3i)^{12} = 0$ ج) $L^{4n} + L^{-4p} = (-1)^n + (-1)^p = 0$ 2/ $z_A = -1 - 9i$ ب) $z_G = 3 - 3i$	الشكل المثلثي ، موافق ، التشابه									
	0.5×2											
	0.5×2											
	0.75											
	0.75											
7.5	0.5	التمرين الثالث: (07.5 نقطة) أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ (1) - المشتق وإشارته : $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$ - جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-1</td><td>3</td></tr></table> 2- المستقيمان المقاربان معادلتهما $y = 3$ ، $y = -1$	x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$	-1	3	
	x		$-\infty$	$+\infty$								
	$f'(x)$			+								
	$f(x)$		-1	3								
0.25×2												
0.25												
0,25×2												

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
	0.5	(3) $f''(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$ ، إشارته : $\xrightarrow{+ \quad 0 \quad -}$	الدوال العددية والمتتاليات
	0.25	نقطة الانعطاف $\omega(0,1)$	
	0.25	معادلة المماس : $y = x + 1$	
	0.25×2	(4) أ- تغيرات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	
	0.25	المشتق : $g'(x) = -\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وهو سالب	
	0.25	جدول التغيرات	
	0.25	ب- g مستمرة ومنتقصة تماما على $[2,7; 2,8]$ ، $g(2,7) = 0,048$ ، $g(2,8) = -0,029$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $2,7 < \alpha < 2,8$	
	0.25×2	(5) أ- $f(x) = 0$ تكافئ $x = -\ln 3$	
	0.25	ب- رسم C_f و المنصف الأول والمماس.	
	0.5	(ب) 1- تمثيل : U_2, U_1, U_0	
		2- إثبات أن : $1 \leq U_n < \alpha$	
	0.75	$1 \leq U_0 < \alpha$ لأن $U_0 = 1$ و $2,7 < \alpha < 2,8$	الموافقات في $\mathbb{Z}$
		نفرض $1 \leq U_n < \alpha$ و f متزايد تماما ومنه $f(1) \leq f(U_n) < f(\alpha)$	
		ومنه $1 \leq U_{n+1} < \alpha$ ($f(1) > 1$) ومنه $1 \leq U_n < \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n	
	0.25	3- المتتالية (U_n) متزايدة تماما : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = g(u_n) > 0$ لأن $1 \leq U_n < \alpha$	
	0.25×2	4- (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$	
		التمرين الرابع : (04 نقاط)	
	0.25	(1) $4 = -3[7]$	
	0.5	$A_3 = 6[7]$ ومنه $A_3 = -1[7]$ أي $A_3 = 2^3 + 3^3 + (-3)^3 + (-2)^3 + (-1)^3 [7]$	
	0.75	(2) $2^{3k+2} = 4[7]$ ، $2^{3k+1} = 2[7]$ ، $2^{3k} = 1[7]$	
	0.75	$3^{6k+5} = 5[7]$ ، $3^{6k+4} = 4[7]$ ، $3^{6k+3} = 6[7]$ ، $3^{6k+2} = 2[7]$ ، $3^{6k+1} = 3[7]$ ، $3^{6k} = 1[7]$	
	0.75	(3) $A_n = -1[7]$: إذا كان n فرديا فإن : $A_n = 2^n + 3^n + (-3)^n + (-2)^n + (-1)^n [7]$	
	0.25	ومنه $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 ، $A_{2011} = 6[7]$ الباقي هو 6	
	0.75	(4) $A_{432} = 6[7]$ ومنه $A_{432} = 2 \times 2^{3 \times 477+1} + 2 \times 3^{6 \times 238+4} + 1[7]$	