

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول : (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1 أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث z هو المجهول.
- ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z : $(\bar{z} + 3)^2 - 2(\bar{z} + 3) + 2 = 0$ حيث $\bar{z}$ مرافق z .
- 2 المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$
- النقط A, B, M لواحقتها $(1-i), (1+i), z$ على الترتيب.
- أ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $z = 1-i + ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$.
- ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z - 1 + i| = |z - 1 - i|$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- 1 أ) عين الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009
- u_0 و a عدنان طبيعيان غير معدومين، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول u_0 بحيث
- $u_1^2 + u_2 + 35a^2 = 2009$
- ب) احسب a و u_0 .
- 2 نضع $a = 7$ و $u_0 = 2$ ، احسب u_n بدلالة n
- 3 نضع $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- أ) عبّر عن s_n بدلالة n
- ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $s_n = 800$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

تعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

يكن $(\mathcal{G}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
2. ادرس تغيّرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$.
3. بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.
- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$.
4. بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$
5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$
6. بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$
7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمت ذات المعادلات :
 $y = x + 2$ و $x = 0$ و $x = \alpha$
 بيّن أن $\mathcal{A}(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

التمرين الرابع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t + 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R} \quad \text{بالجملة التالية: } (\Delta)$$

$$P \text{ مستو معرف بالمعادلة } x + 3y + z + 1 = 0$$

عين في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1 : النقطة $(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1 : النقطة $(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1 : النقطة $(0, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2 : شعاع توجيه (Δ) $\vec{u}(-1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$	B_2 : شعاع توجيه (Δ) $\vec{u}'(1,3,1)$	C_2 : شعاع توجيه (Δ) $\vec{u}''(3,1,0)$
3	A_3 : (Δ) محتوي في P	B_3 : (Δ) يقطع P	C_3 : (Δ) يوازي P
4	A_4 : المستوي Q_1 ذو المعادلة $x + 3y + z - 3 = 0$ يعامد P	B_4 : المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x - y + \frac{1}{2}z = 0$ يعامد P	C_4 : المستوي Q_3 ذو المعادلة $x - y + 2z + 5 = 0$ يعامد P
5	A_5 : المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5 : المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5 : المسافة بين النقطة $(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

تمرين الأول: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (1) $z^2 - 6z + 18 = 0$
 2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3 - 3i$
 (i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)
 (أ) اكتب z_1 على الشكل الأسّي .
 (ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1 \times z_3 = 6(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})$
 استنتج قيمتي $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.
 3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B ، C ذات اللاحقات $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب
 (أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;-1), (C;\alpha)\}$ مرجحا نرسم له بالرمز G_α
 (ب) عيّن مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$.

تمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ ، $C(-1,0,-6)$
 بيّن أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2 - MB^2 = 1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB)
 نرسم له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.
 2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$
 برهن أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R
 3. G نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة: $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
 (أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى S .
 (ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G .

تمرين الثالث: (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + \ln x$
 (أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.
 (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
 (ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فإن $g(x) \neq 0$.
 2. لتكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$
 (أ) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{x}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x \in [1; +\infty[$.
 (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f
 (د) شكل جدول تغيرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متميزين؟
 (هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathcal{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = f(e^x)$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 (أ) شكل جدول تغيرات الدالة h .
 (ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathcal{C}_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.
 (ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_h)$ في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية: $y' = (\ln 2)y$
2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عيّن عبارة $f(x)$
3. n عدد طبيعي.
 (أ) ادرس بواقى القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .
 (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $4 - (2009)f$.
4. (أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$.
 (ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.