

تكتب الإجابة النموذجية على هذه الورقة و لا تقبل سواها

الإجابة النموذجية لموضوع لامتحان :يكالوريا دورة: 2008
مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات و 30 د .

الإجابة النموذجية وسلم التقييم

الموضوع الأول

المجموع	العلامة	عناصر الإجابة	الموضوع
04	0.5 0.25 0.25×4 0.25×3 0.25 0.5 0.25 0.25 0.25	تمرين 1: (4 نقاط) 1/ بالتعويض في المعادلة (*) نبين أن $Z_0 = 3i$ هو حل لها 2/ حلول (*) في $\mathbb{C}$ هي : $(Z - 3i)[Z^2 + (2 - i)Z - 3 - 3i] = 0$ $Z_2 = -3$ ، $Z_1 = 1 + i$ ، $Z_0 = 3i$ ، $\Delta = 15 + 8i = (4 + i)^2$ الشكل الأسّي $Z_2 = 3e^{i\pi}$ ، $Z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $Z_0 = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$ 3/ تعيين النقطة $G(4,4)$: 4/ المجموعة (E) هي الدائرة ذات المركز G ونصف القطر $\sqrt{17}$ A نقطة من هذه الدائرة لأن $GA = \sqrt{17}$ 5/ العبارة المركبة للتحاكي المطلوب هي : $z' = 4z$ صورة المجموعة (E) بهذا التحاكي هي الدائرة ذات المركز $G'(16;16)$ ونصف القطر $4\sqrt{17}$	المركبة يلات نقطية
		تمرين 2: (5 نقاط) 1/ نلاحظ أن $\overline{AB}(2,0,-1)$ و $\overline{AC}(0,1,1)$ مستقلان خطيا منه النقط A, B, C تعين مستو معادلته هي $x - 2y + 2z - 1 = 0$ 2/ (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأن الشعاعين الناظرين عليهما $\vec{n}_1$ و $\vec{n}_2$ غير متوازيين حيث $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$ 3/ C تنتمي إلى المستقيم (Δ) لأنها نقطة مشتركة بين (P_1) و (P_2)	

العلامة		عناصر الإجابة	محاوَر الموضوع
مجموع	مجزأة		
05	0.25×3	4/ يكفي إثبات أن الشعاع $\vec{u}(2,0,-1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$	هندسة فضائية
	0.75	5/ استنتاج أن التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو	
		حيث $k \in \mathbb{R}$	
	0.75	6/ قيمة الوسيط k حتى يكون $\vec{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين هي $k = \frac{1}{5}$	
	0.75	المسافة بين A و (Δ) هي الطول $AM = \frac{3\sqrt{5}}{5}$	
	0.25×2+0.5	تمرين 3: (7 نقاط) 1/ أ - دراسة تغيرات f على المجال $[0;2]$	الدوال العددية المتتاليات العددية
	0.25	$f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ - إشارة $f'(x)$ واتجاه التغير -	
	0.75	جدول التغيرات	
	0.5	ب - إنشاء المنحنى (C)	
		ج - برهان أنه إذا كان $x \in [0;2]$ فإن $f(x) \in [0;2]$	
		من جدول التغيرات وحيث أن f مستمرة ومنتزيدة تماما على المجال المعطى $f(0) = \frac{3}{2}$ و $f(2) = \frac{7}{4}$ نستنتج أن صورة أي عدد حقيقي x من المجال $[0;2]$ بالدالة f هي العدد الحقيقي $f(x)$ من المجال $[\frac{3}{2}; \frac{7}{4}]$	
		وحيث أن $[\frac{3}{2}; \frac{7}{4}]$ محتوًى في $[0;2]$ ينتج $f(x) \in [0;2]$.	
	0.25	2/ أ - نبرّر وجود المتتالية (U_n) بتوضيح أن كل حدودها تنتمي إلى المجال $[0;2]$ وهذا محقق بالنظر إلى جواب السؤال 1/ ج -	
	0.25×2	* حساب U_1 و U_2	
	0.25×3	ب - تمثيل الحدود U_0 ، U_1 و U_2	
	0.25	ج - <u>التخمين</u> : (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة	
	0.75	3/ أ - البرهان بالتراجع على العدد الطبيعي n أن: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$	
	0.75	ب - البرهان أن: $U_{n+1} > U_n$ من أجل كل عدد طبيعي n	

العلامة		عناصر الإجابة	مجاورة	المجموع
مجاورة	المجموع			
		بما أننا برهنا أن (U_n) محدودة من الأعلى بالعدد $\sqrt{3}$ ومتزايدة تماماً نستنتج أنها متقاربة وهذا ما يؤكد صحة المخمئة السابقة		
0.25		ج - التحقق أن $U_{n+1} - \sqrt{3} \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{U_n + 2} (U_n - \sqrt{3})$		
0.25		تعيين عددا حقيقيا k يجيب عن السؤال		
0.25		تبيان أن: $ U_n - \sqrt{3} \leq k^n U_0 - \sqrt{3} $		
0.25		من المتباينة السابقة نستنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \sqrt{3}$		
07				
		تمرين 4: (4 نقاط) 1/ أ - القيم الممكنة للعدد $\text{pgcd}(a, b)$ هي 1 أو 7 ب - نعتمد على المساواة $b - a = n + 5$ لكي نبرهن أن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n + 5$ مضاعفا للعدد 7 ج - تعيين قيم n التي يكون من أجلها $\text{PGCD}(a; b) = 7$ بناء على جواب السؤال السابق فإن قيم n التي يكون من أجلها $\text{PGCD}(a; b) = 7$ هي نفسها قيم n التي يكون من أجلها $n + 5$ مضاعفا للعدد 7 أي $n + 5 \equiv 0[7]$ ومنه $n = 7k - 5$ مع $k > 1$. 2/ أ - العددين p و q يقبلان القسمة على $n - 5$ لأن $q = (n - 5)(n - 2)$ و $p = (n - 5)(2n + 3)$ ب - تعيين تبعا لقيم n وبدلالة n $\text{PGCD}(p; q)$: لدينا $\text{PGCD}(p; q) = (n - 5)\text{PGCD}(a; b)$ نميز حالتين هما: 1 - لما $\text{PGCD}(a; b) = 7$ نجد: $\text{PGCD}(p; q) = 7(n - 5)$ مع $n = 7k - 5$ أي $\text{PGCD}(p; q) = 7(7k - 10)$ و $k > 1$ 2 - لما $\text{PGCD}(a; b) \neq 7$ أي $\text{PGCD}(a; b) = 1$ نجد: $\text{PGCD}(p; q) = (n - 5)$ مع $n \neq 7k - 5$.		
0.75				
0.75				
0.25×2+0.25				
0.25×2				
0.25				
0.5				
0.5				
04				

العلامة		عناصر الإجابة	معايير الموضوع
المجموع	مجزأة		
1.25	0.25	<u>التمرين الأول : 04 ن</u> (1) التأكد من أن $(82, 1)$ حل للمعادلة (I) حلول المعادلة (I) هي : $(x = 9k + 82, y = 4k + 1)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ (2) $(2a - 3b)(2a + 3b) = 11 \times 29$ $S = \{(-80, -53); (-80, 53); (-10, -3); (-10, 3); (80, -53); (80, 53); (10, 3); (10, -3)\}$ (3) الاستنتاج : $S' = \{(100, 9); (6400, 2809)\}$	القواسم والمضاعفات
1.75	0.75		
1	1		
1	1		
1	1	<u>التمرين الثاني : 04 ن</u> (1) تبين أن G منتصف $[IJ]$ (2) $F(0, r, r); E(r, 0, r); D(0, 0, r); C(0, r, 0); B(r, 0, 0); A(0, 0, 0)$ مجموعة النقاط M هي سطح الكرة الذي مركزها $G\left(\frac{r}{4}, \frac{r}{4}, \frac{r}{2}\right)$ ونصف قطرها $\frac{r}{4}\sqrt{10}$	هندسة فضائية
3	6×0.25		
3	3×0.5		
2.5	0.5×3	<u>التمرين الثالث : 04 ن</u> (1) $z_2 = -r \sin \frac{\theta}{2} + ir \cos \frac{\theta}{2}$ و $z_1 = r \sin \frac{\theta}{2} + ir \cos \frac{\theta}{2}$ ، $\Delta' = r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$ الشكل الأسّي : $z_2 = r e^{i(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2})}$ و $z_1 = r e^{i(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})}$ (2) المثلث متقايس الأضلاع : $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{3}$ و $OA = OB$ $k \in \mathbb{Z} / \theta = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k ; \theta = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	الأعداد المركبة والهندسة
1.5	0.5×2		
1.5	0.25×2		
1.5	0.25×2		
4.75	0.25×2	<u>التمرين الرابع : 08 ن</u> (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ - أ ب - $f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2}$ وإشارته - جدول التغيرات ج - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-2)) = 0$ و (D) مقارب مائل رسم C_f د - تبين أن صورة المجال $\left[1; \frac{5}{2}\right]$ محتواة في $\left[1; \frac{5}{2}\right]$ (2) أ - تمثيل الحدود U_0 و U_1 و U_2 ب - تخمين اتجاه تغير وتقارب (U_n) ج - تبين أن $1 \leq U_n \leq \frac{5}{2}$ و (U_n) متزايدة د - (U_n) متقاربة $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{5}{2}$	الدوال العددية
0.5	0.5		
1	1		
1	1		
0.75	0.75		
1	1		
0.75	0.75		
0.5×2	0.5×2		
0.25	0.25		
3.25	0.25		