



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- إليك جدول تغيرات دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; 2]$ و $]2; +\infty[$.
(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أجب بـ: صحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$		$-\infty$

(1) المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.

(2) النقطة $A(3; 2)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).

(3) $f(2020) > f(2019)$.

(4) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ يقطع (C_f) في نقطة واحدة.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ 70 000 DA ، في شهر جانفي استهلك منه 80% و ابتداءً من شهر فيفري قرّر تخفيض مبلغ الاستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

(1) أ. ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي ؟

ب. حدّد المبلغ المستهلك في شهر فيفري.

(2) نضع: u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n ، حيث n عدد طبيعي

غير معدوم.

عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n و استنتج أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها 0.95.

(3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

(4) أ. احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019.

ب. أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 = 1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}$

(1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < \frac{9}{2}$

ب. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنّها متقاربة .

(2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $v_n = u_n - \frac{9}{2}$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

(1) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x \ln x$.

(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (يُعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x) = g(x)$.

(3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(4) احسب $f(2)$ ثمّ انشئ (C_f) .

(5) الدالة F معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{5}{4}x^2 + 2x - 8 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$.

بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$.
- (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة التالية مع التبرير.
- (1) الدالة الأصلية لـ f على $\mathbb{R}$ التي تتعدم من أجل $x=1$ هي الدالة F حيث:
- (أ) $F(x) = x^3 - x^2$ (ب) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2$ (ج) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + \frac{8}{9}$
- (2) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ هي:
- (أ) $\frac{1}{9}$ (ب) $-\frac{8}{9}$ (ج) $\frac{8}{9}$
- (3) الدالة f متزايدة تماما على المجال:
- (أ) $[3; +\infty[$ (ب) $[-3; +\infty[$ (ج) $]-\infty; 3]$
- (4) المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{-5}{3}$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما:
- (أ) 1 و 5 (ب) 1 و -5 (ج) -1 و -5

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- المتتالية الهندسية (v_n) حدّها الأول v_0 وأساسها q موجبان تماما و:
- $$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8 \ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2 \ln 2 \end{cases}$$
- (1) بيّن أنّ: $v_3 = 8$ و $v_5 = 32$
- (2) أ . بيّن أنّ: $q = 2$ و $v_0 = 1$
- ب. اكتب v_n بدلالة n .
- ج. هل العدد 1024 حدّ من حدود المتتالية (v_n) ؟
- (3) المتتالية (w_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n - 3 + 2^n$
- أ . تحقّق أنّ: $w_n = u_n + v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول u_0 .
- ب. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$
- بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 = 5$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}$
- (1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n > 3$

- (2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.
- (3) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 3$
 أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.
 ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n .
 ج. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2 \times (\frac{5}{7})^n + 3$ واحسب نهاية (u_n) .
- (4) عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها : $u_n < \frac{7}{2}$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- (I) الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة
 على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 3x^3 - 2 + 4\ln x$
 (1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,9 < \alpha < 1$
 (2) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3x - 2 - \frac{2\ln x}{x^2}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)
 (1) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. (يُعطى : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$)
 (2) أ . بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
 ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
 (3) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
 ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
 (4) ارسم كلا من (Δ) و (C_f) . (تؤخذ $f(\alpha) \approx 0,9$)
 (5) الدالة H معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$
 أ . بيّن أنّ H دالة أصلية للدالة : $x \mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$.
 ب. احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين
 معادلتهما : $x = 1$ و $x = 2$.