



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = -4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$.

(1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2 .

ب) برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 8$.

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $v_n = u_n - \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$.

ب) عين قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ج) نضع $\alpha = 8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$.

(4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

(1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

(2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

(3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر ؟

(4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟



التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

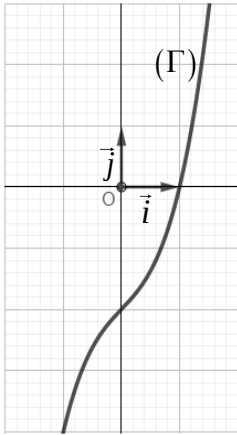
السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 10 مليار دولار على محور الترتيب) .
- (2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G ، ثم علّمها.
- (3) بين أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمرتبعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y = 3,96x + 34,09$:
ثم مثل (Δ) . (تُدَوّر النتائج إلى 10^{-2}) .
- (4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + x - 2$ و (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $f(x) = x - \frac{x-1}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانياً.

(2) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(4) بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-1.4; -1.3[$.

(5) ارسم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

(6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$y = x, \quad x = 1 \quad \text{و} \quad x = 3$$

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : (E) $(4x^2 + 3x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$.
- (2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4، نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1 = 3\alpha^2$ ، $p_2 = \alpha^2$ ، $p_3 = \alpha$ و $p_4 = 2\alpha$.
- حدد قيمة α .
- (3) نضع $\alpha = \frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :
A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا" .
B : "سحب كرية تحمل الرقم 4" .
C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3" .
D : "سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \frac{9}{2} \end{cases}$$
- (2) احسب حدها الأول u_0 واساسها r .
- (3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- (3) بين أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .
حيث $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$ و $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344}$.
- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1343}$.
- (4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = e^{6-2u_n}$.
- احسب المجموع $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الترتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999



- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
- (2) نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100 طن على محور الترتيب). جد إحداثي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.
- (3) بين أن معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102x + 320,33$ ومثله بيانيا.
- (4) باعتبار أن كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :
 أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 ؟
 ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = 2x + 6 - e^{2x+1}$.
 (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty; 0]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 (2) أ) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3 < \alpha < -2.9$.
 ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.
- (II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $f(x) = -2x^2 - 12x + e^{2x+1}$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور الترتيب $0.5cm$.
 (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = -2g(x)$.
 (2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.
 (3) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .
 (4) بين أن: $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha + 5) + 6$ وأعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$ ، ثم ارسم (C_f) على المجال $[-4; 0]$.
 (5) احسب بدلالة α التكامل: $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^0 f(x) dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الثاني