



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i\%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 5% على محور الترتيب).

(2) احسب $(\bar{X}; \bar{Y})$ إحداثي G ، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.

(3) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.

بيّن أنّ $a = 4,41$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثمّ احسب قيمة b .

(4) باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداء من أي سنة تتجاوز نسبة النجاح 80% ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أُجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما، فكانت النتائج كما يلي:

70% من التلاميذ إناث، منهنّ 50% لا يمارسن هذه الرياضة.

90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G : التلميذ المختار ذكر.

F : التلميذ المختار أنثى.

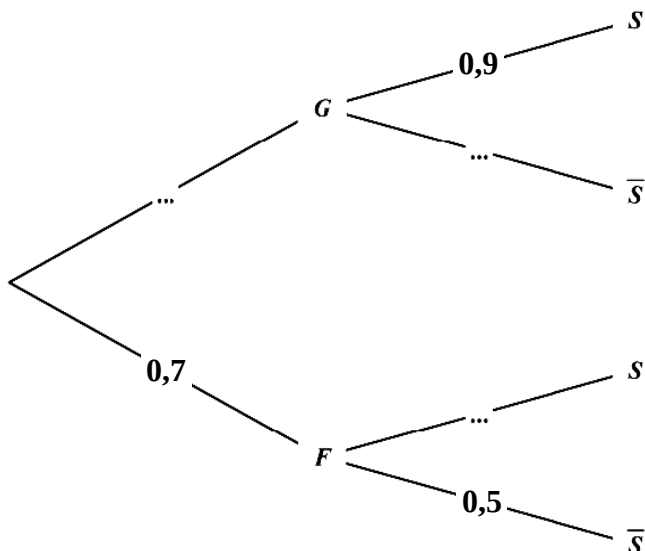
S : التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.

(1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها.

(2) احسب الاحتمالات الآتية:

$P_S(G)$ و $P_{\bar{S}}(F)$ ، $P(G \cap \bar{S})$ ، $P(S)$

(3) هل الحادثان G و $\bar{S}$ مستقلتان ؟ برّر إجابتك.



التمرين الثالث: (04 نقاط)

(I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$$u_0 = 50 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 0,7u_n + 6 \text{ و } v_n = u_n - 20$$

(1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 0,7 يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

(2) أ. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

ب. عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين في سنة $2016 + n$ أي $u_0 = 50$

(1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017؟ ثم في سنة 2018 ؟

(2) أ. برّر العبارة $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب. ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$ وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

(1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2; 8[$ و فسّر النتيجة ببيانها.

(2) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-2; 8[$: $f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. $(f'$ مشتقة الدالة f).

(3) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2; 8[$ وشكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(4) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

(5) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-2; 8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2; 8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة ببيانها.

(6) ارسم المنحنى (C_f) .

(7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ :

$$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x \ln 16$$

بيّن أنّ F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2; 8[$.

(8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها :

$$y=0, \quad x=0 \text{ و } x=4$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

- 1) مثلّ سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد. (نأخذ كوحدة بيانية: 2 cm لكل سنة على محور الفواصل و 2 cm لكل مليون متقاعد على محور الترتيب).
- 2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثم علّمها.
- 3) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمرتبعات الدنيا.
- 4) نفرض أن تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.
 - أ. قدر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.
 - ب. ابتداء من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تضم مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين

رجالا يرمز لهم بـ H و نساء يرمز لهن بـ F .

منهم الإداريون A ، المهندسون I و العمال T .

موزعين حسب الجدول المقابل:

	الإداريون A	المهندسون I	العمال T
الرجال	12%	13%	27%
النساء	16%	12%	20%

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري. نختار عشوائيا موظفا.

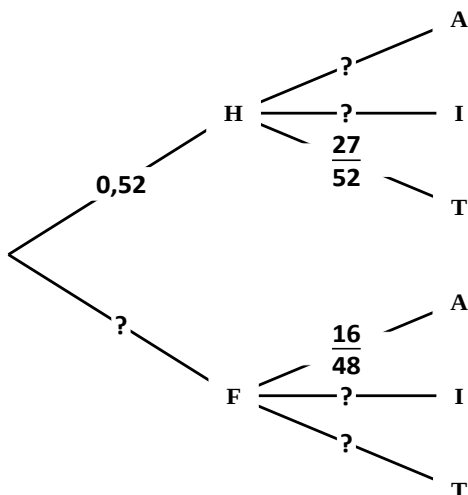
1) أ. بيّن أنّ احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H) = 0,52$

ب. انقل ثم أتمم الشجرة.

2) احسب $P(H \cap T)$ و $P(F \cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنّه إداري؟



التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1} = u_n + 6$

(1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0$ (لا يطلب حساب النهايات)

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + xe^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,75 < \alpha < 3,77$.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

(5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$.

أ. بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

ب. أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيراً هندسياً لهذا العدد.

(6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة

سابقاً أي: $C_m(q) = f(q)$ حيث: $q \in [0; 7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدينانير)

أ. ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار؟

ب. نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. احسب القيمة المتوسطة للكلفة

الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.