



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -2$ حيث $u_0 = -2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

(1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 2$.

ب) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 2u_n - 4$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

ب) جد عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

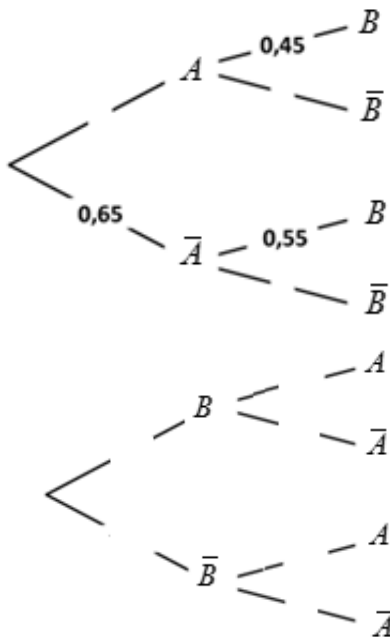
(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الشجرة المقابلة تتمّز تجربة عشوائية حيث A و B حادثتان ، $\bar{A}$ و $\bar{B}$ حادثتهما العكسيتان على الترتيب .

(1) انقل وأكمل الشجرة المقابلة ثمّ احسب الاحتمالات الآتية :

$P(A \cap \bar{B})$ و $P(A \cap B)$.



(2) أ) احسب الاحتمالات الآتية: $P(B)$ ، $P_B(A)$ و $P_{\bar{B}}(A)$.

ب) انقل وأكمل الشجرة المقابلة .



التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول الآتي يعطي نسبة الأمية في بلد ما، خلال الفترة الممتدة من 1948 إلى 2008 .

السنة	1948	1958	1968	1978	1988	1998	2008
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
نسبة الأمية y_i	14	92	74,6	60	31	38,4	22

(1) أ) احسب إحداثي النقطة المتوسطة G . (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ب) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (على حامل محور الفواصل $1cm$ يمثل رتبة واحدة وعلى حامل محور الترتيب $1cm$ يمثل 10%) .

(2) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي : $y = -4,53x + 65,54$.

(3) باستعمال التعديل الخطي السابق ، قدر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.

(4) ابتداءً من أي سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5% .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2x - 1 - e^{2x}$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) استنتج إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 - x - \frac{1}{2}e^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^2} = +\infty$)

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,25 < \alpha < -0,24$.

ب) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياتها $(0; \frac{-1}{2})$.

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A .

(4) ارسم (T) و (C_f) .

(5) أ) احسب بالسنتيمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان

التي معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 0$ و $y = 0$.

ب) تحقّق أن $A(\alpha) = \frac{1}{3}(4\alpha^3 - 12\alpha^2 + 6\alpha + 3)cm^2$.

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول الآتي تطور إنتاج مصنع للإسمنت خلال الفترة الممتدة من 2010 إلى 2014 .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5
الإنتاج بالمليون طن y_i	4,8	5	5,5	6,2	7

- (1) عيّن إحداثي النقطة المتوسطة G ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل ، $1cm$ يمثل 1 مليون طن على حامل محور الترتيب)
- (2) لتكن $y = ax + b$ معادلة (Δ) ، مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i ; y_i)$.
بيّن أنّ: $a = 0,56$ ثم احسب b . (تعطى النتيجة مدورة إلى 10^{-2})
- (3) من أهداف المصنع الوصول إلى إنتاج يفوق 8,45 مليون طن في سنة 2017 .
هل يمكن تحقيق هذا الهدف باستعمال التعديل الخطي السابق ؟ مع التبرير .
- (4) ابتداءً من أيّ سنة يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن في السنة .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 والحد الأول v_0 حيث $v_0 = 1$. (e أساس اللوغاريتم النيبيري)
- (1) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
 - (2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرفتين كما يلي:
من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 2n + 4 + e^{2n}$ ، و $u_n = w_n - v_n$.
بيّن أنّ : المتتالية (u_n) حسابية ، حدّد أساسها r و حدّها الأول u_0 .
 - (3) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$ ،
 - (4) استنتج المجموع T_n بدلالة n حيث $T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقترحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة، عيّن الاقتراح الصحيح مع التبرير .

- (1) A و B حادثتان مستقلتان .
إذا كان : $P(A \cap B) = 0,03$ و $P(A) = 0,4$ فإنّ :
أ) $P(B) = 0,43$ ب) $P(B) = 0,075$ ج) $P(B) = 0,37$



(2) A و B حادثتان.

إذا كان : $P(A \cap B) = \frac{3}{100}$ و $P_A(B) = \frac{1}{4}$ فإن :

(أ) $P(A) = \frac{3}{25}$ (ب) $P(A) = \frac{4}{25}$ (ج) $P(A) = \frac{3}{400}$

(3) A و B حادثتان .

إذا كان : $P(A) = 0,4$ و $P(B) = 0,5$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0,55$ فإن :

(أ) $P(A \cap B) = 0,2$ (ب) $P(A \cap B) = 0,45$ (ج) $P(A \cap B) = 0,9$

(4) الجدول التالي يُعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية.

x_i	-2	-1	α	3
$P(X = x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0,32 هما :

(أ) $\alpha = 1$ و $\beta = 0,08$ (ب) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,03$ (ج) $\alpha = 2$ و $\beta = 0,08$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - x^2 - 1$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,46 < \alpha < 1,48$.

(4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) مؤسسة صناعية تنتج يوميا كمية q (مقدرة بالطن) من منتج بكلفة متوسطة C_M (مقدرة بملايين الدنانير)

معرفة على $[0;10]$ بـ: $C_M(q) = \frac{1}{2}q^2 - q + 1 - \frac{1}{2}\ln(q^2 + 1)$.

(1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي q من $[0;10]$ ، $C'_M(q) = \frac{g(q)}{q^2 + 1}$.

(2) عيّن اتجاه تغير الكلفة المتوسطة C_M ثم شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ $\alpha \approx 1,47$)

(3) عيّن الكمية التي تُنتج يوميا بأقل كلفة متوسطة ثم حدّد هذه الكلفة المتوسطة .

(4) ما هي الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن يوميا؟

انتهى الموضوع الثاني