

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة 2009 الى سنة 2016 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83

(1) مثلّ سحابة النقط $M(x_i; y_i)$ في معلم متعامد .

(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 100000 DA على محور الترتيب)

(2) جد إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم علّمها .

(3) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,06x + 0,33$ ، (النتائج تدور الى 10^{-2})
ثم ارسم المستقيم (Δ) في المعلم السابق .

(4 أ) باستعمال التعديل الخطي السابق قَدّر الميزانية المتوقعة سنة 2020 .

ب) ابتداء من أي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1200000 DA .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

(1 أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

(2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 3 - u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم عيّن حدّها الأول .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي:

شعبة الآداب والفلسفة (L)، شعبة العلوم التجريبية (S)، شعبة التسيير والاقتصاد (G)

47% من المترشحين ذكور (M) والباقي إناث (F).

من بين الذكور يوجد 35% في شعبة العلوم التجريبية و 49% في شعبة الآداب والفلسفة.

من بين الإناث يوجد 10% في شعبة التسيير والاقتصاد و 37% في العلوم التجريبية.

نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز.

(1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

(2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:

A " المترشح المختار انثى ومن شعبة التسيير والاقتصاد " .

B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد " .

C " المترشح المختار انثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد " .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 3\ln x - 3$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بيّن أنّ: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40 < \alpha < 1,41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x + 1 - \frac{3\ln x}{x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

(4) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (يعطى $f(\alpha) \approx 1,68$)

(6) أ) بيّن أنّ الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

انتهى الموضوع الأول

$$x=1, x=e \text{ و } y=x+1$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 إلى سنة 2014 .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$					

- 1) عيّن إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.
- 2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.
بيّن أنّ $a = 2,63$ ثم أحسب قيمة b .
- 3) أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه . (تدور النتائج الى 10^{-2})
ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0,07x + 3,46$.
- 4) من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017 ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الاول $u_0 = 2$ ومن أجل كل n طبيعي ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$

- 1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- 2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ : من أجل كل n طبيعي ، $v_n = u_{n+1} - u_n$
أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدّها الأول.
ب) عين v_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .
- 3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.
أ) احسب S_n بدلالة n .
ب) بيّن أنّ: من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الانترنت وامتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما، فكانت النتائج كما يلي: 80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب. 90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت. 60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

- نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .
- يرمز **A** إلى الحادثة : "الشخص المختار يملك جهاز حاسوب" .
- يرمز **B** إلى الحادثة : "الشخص المختار يستعمل الانترنت" .
- (1) انجز شجرة الاحتمالات التي تتمزج هذه الوضعية .
- (2) أ) بَيِّنْ أَنَّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي 0,20 .
 ب) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
 ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟
- (3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت.
- (4) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ) احسب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .
 ب) احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- (2) أ) بَيِّنْ أَنَّهُ من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

- (3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$.

- (4) عَيِّنْ معادلة L (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

- (5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

ب) ادرس على المجال $]0; +\infty[$ وضعية المنحني (C_f)

بالنسبة الى المماس (T)، ثم فسّر ذلك بيانيا .

- (6) احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس (T) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$.