

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2014

المادة : رياضيات الشعبة: تسيير واقتصاد

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04	0.5	التمرين الأول: (04 نقاط) (1) أ) التحقق من أن : $(2x+1)(x^2-5x+6) = 2x^3-9x^2+7x+6$. ب) حلول المعادلة : $2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7\ln x + 6 = 0$ أي أن : $(2\ln x + 1)((\ln x)^2 - 5\ln x + 6) = 0$ ومنه : $(2\ln x + 1)(\ln x - 2)(\ln x - 3) = 0$ ومنه : $(x = \frac{1}{\sqrt{e}})$ أو $(x = e^2)$ أو $(x = e^3)$ حلول المعادلة : $6e^{-3x} + 7e^{-2x} - 9e^{-x} + 2 = 0$ أي أن : $(2e^x + 1)(e^x - 2)(e^x - 3) = 0$ ومنه : $(x = \ln 2)$ أو $(x = \ln 3)$ ج) حل المتراجحة : $2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^x + 6 \leq 0$ أي أن : $(2e^x + 1)(e^x - 2)(e^x - 3) \leq 0$ و منه : $x \in [\ln 2; \ln 3]$ (2) حل المعادلة : $\log(x^2 + 100) = 1 + \log 2 + \log x$ المعادلة معرفة في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة تكافئ : $\log(x^2 + 100) = \log(10 \times 2 \times x)$ و منه : $x^2 - 20x + 100 = 0$ و منه : $x = 10$
	0.25	
	0.75	
	0.5	
	0.5	
	0.5	
	0.25	
	0.5	
	0.25	
	0.25	
05	0.75+0.25	التمرين الثاني: (05 نقاط) (1) أ) خطأ مثلا : $(\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty, \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0)$ ، $v_n = -n \ln 2$ ، $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب) صحيح لأن : $u_{n+1} < u_n$ تكافئ $\ln u_{n+1} < \ln u_n$ أي $v_{n+1} < v_n$ ج) صحيح لأن : من $u_{n+1} = qu_n$ نجد $\ln u_{n+1} = \ln q + \ln u_n$ أي $v_{n+1} = v_n + \ln q$ (2) أ / صحيح لأن : $\bar{x} = 3$ ، $\bar{y} = 10,8$ ب / خطأ لأن : $a = 1,3$
	0.75+0.25	
	0.75+0.25	
	0.75+0.25	
	0.75+0.25	
04		التمرين الثالث: (04 نقاط) (1) تشكيل الشجرة . (2) احتمال سحب كرية بيضاء من U_3 هو $\frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$ (3) احتمال سحب كرية بيضاء هو $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{9}$ (4) احتمال اختيار U_3 علما أن الكرية بيضاء هو $P_B(U_3) = \frac{P(U_3 \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2}$
	1	
	1	
	1	
	1	

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
07		التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0.75	(I) $g'(x) = -2x - \frac{1}{x}$ ، $g'(x) < 0$ و منه g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$.
	0.25	(2) أ $g(1) = 0$
	0.25	إشارة $g(x)$
	0.25	(II) 1 أ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.25×2	ب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب
	0.5	(2) أ إثبات $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$
	0.5	f متناقصة تماما على $]0; 1]$ و متزايدة تماما على $[1; +\infty[$
	0.25	ب جدول التغيرات
	0.25	(3) أ (D) مقارب مائل لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$
0.25	ب $f(x) - (x-1) = -\frac{\ln x}{x}$	
2×0.25	في $]0; 1]$ (C_f) أعلى (D) و في $[1; +\infty[$ (C_f) أسفل (D)	
0.5×2	(4) (D) // (T) معناه $f'(x) = 1$ و منه $x = e$ ؛ $y = x - 1 - \frac{1}{e}$	
1	(5) الرسم	
0.75	(6) القيمة المتوسطة: $\mu = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = 1 - \frac{1}{4} (\ln 3)^2$	

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
04		الموضوع الثاني
	0.75+0.25	التمرين الأول: (04 نقاط)
	0.75+0.25	(1) أ) $p(F) = \frac{23}{60}$ لأن: $\frac{23}{60}$ ب)
		(2) أ) $p_M(F) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ لأن: $\frac{2}{5}$
	0.75+0.25	1) أ) $E = 2,5$ لأن: 1,25 ج)
04.5	0.75+0.25	و $V = 0,2^2 + 2 \times 0,4^2 + 3 \times 0,1^2 + 4 \times 0,3^2 - 2,5^2 = 1,25$
	0.75+0.25	(2) أ) 1,12 لأن $p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,12$
		التمرين الثاني (04.5 نقطة)
	0.5	(1) النسبة المئوية هي: $\frac{4,39 - 3,64}{3,64} \times 100 = 20,6\%$
	1.25	(2) تمثيل سحابة النقط
04.5	0.5	(3) $G(3; 3,91)$
	1.25	(4) لدينا: $a = 0,17$ ، $b = \bar{y} - a\bar{x}$ ومنه $y = 0,17x + 3,4$
	0.5	(5) أ) $y = 0,17 \times 9 + 3,4 = 4,93$
	0.5	ب) من أجل $y = 5,61$ نجد $x = 13$ وهي رتبة سنة 2020
		التمرين الثالث: (04.5 نقطة)
04.5	0.25	(1) أ) لدينا $u_0 = 3$ ومنه $u_0 > -3$
	0.5	نفرض $u_n > -3$ ومنه $\frac{2}{3}u_n - 1 > \frac{2}{3}(-3) - 1$ أي $u_{n+1} > -3$
	0.25	إذن من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n > -3$
	0.5	ب) (u_n) متناقصة تماما لأن: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}(u_n + 3) < 0$
	0.5	ج) (u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل.
04.5		(2) أ) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^{n+1} = 0$ ، (v_n) متقاربة لأن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_0 + v_1 + \dots + v_n) = \frac{v_0}{1-q} = 18$
	1	ب) إذن: $q = \frac{18-6}{18} = \frac{2}{3}$ ، $v_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n$
	0.5	ج) لدينا $u_{n+1} + 3 = \frac{2}{3}(u_n + 3)$ ، $u_0 + 3 = v_0 = 6$ ومنه $(u_n + 3)$ متتالية هندسية
	0.75	أساسها $\frac{2}{3}$ وحدها الأول $u_0 + 3 = 6$ ومنه $u_n = v_n - 3$ وعليه $u_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 3$
	0.25	يمكن استعمال البرهان بالتراجع

العلامة		عناصر الإجابة												
مجموع	مجزأة													
07	0.25×2	التمرين الرابع: (07 نقاط)												
	1	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ ، $y = 5$ معادلة مستقيم مقارب												
	0.25	(2) $f'(x) = 6(2x - 3)e^{-x}$ ، إشارته f متناقصة تماما على $[0 ; 1,5]$ ومتزايدة تماما على $[1,5 ; +\infty[$												
	0.75	جدول التغيرات												
		<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1,5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>11</td><td>$f(1,5)$</td><td>5</td></tr></table>	x	0	1,5	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	11	$f(1,5)$	5
	x	0	1,5	$+\infty$										
	$f'(x)$	-	0	+										
	$f(x)$	11	$f(1,5)$	5										
		(3) رسم (C_f)												
	0.5	(4) أ) الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0 ; 1,5]$ و $f(1,5) < 3,5 < f(0)$ ومنه $f(x) = 3,5$ تقبل في $]0 ; 1,5[$ حلا وحيدا α												
0.5	الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,5 ; +\infty[$ و $f(1,5) < 3,5 < 5$ ومنه $f(x) = 3,5$ تقبل في $[1,5 ; +\infty[$ حلا وحيدا β													
0.5	$f(0,7) \approx 3,8$ و $f(0,8) \approx 3,39$ ومنه $0,7 < \alpha < 0,8$													
0.5	$f(2,9) \approx 3,42$ و $f(3) \approx 3,5$ ومنه $2,9 < \beta < 3$													
0.75	ب) $f(x) \leq 3,5$ تكافئ $\alpha \leq x \leq \beta$													
0.5	(5) أ) من $g'(x) = h(x)$ نجد $a = 12$ ، $b = 6$													
0.5	ب) $F(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x$													
0.5	(II) 1) كمية المنتج 1,5 طن وتكلفتها هي 2,32 مليون دينار													
0.25	2) كميات المنتج التي من أجلها $C_M \leq 3,5$ هي x حيث: $\alpha \leq x \leq \beta$													
0.25	(3) أ) $C_T'(x) = f(x)$ ومنه $C_T(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x + k$													
0.25	ب) من $C_T(0) = 2$ نجد $k = -4$													