

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح"، يوجد 150 كتاب رياضيات و 50 كتاب فلسفة، حيث 40% من كتب الرياضيات و 70% من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير والاقتصاد.

نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا.

عَيِّن مع التبرير، الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة، في كل حالة من الحالات التالية:

(1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو:

$$(أ) \frac{3}{4} \quad (ب) \frac{2}{5} \quad (ج) \frac{1}{150}$$

(2) احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

$$(أ) 0,24 \quad (ب) 0,475 \quad (ج) 0,21$$

(3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

$$(أ) 0,15 \quad (ب) 0,4 \quad (ج) 0,3$$

(4) إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير والاقتصاد، فإنّ احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو:

$$(أ) \frac{2}{75} \quad (ب) \frac{12}{19} \quad (ج) \frac{3}{10}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور النسب المئوية من ميزانية إحدى الجامعات، والمخصّصة للإنفاق على البحث

العلمي بين سنتي 2005 و 2012:

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية $y_i \%$	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2

(1) مثلّ سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(2) جدّ إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط، ثمّ مثلّها.

(3) بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,38x + 3,09$ ، ثمّ ارسمه.

(4) بفرض أنّ تغيّر النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة.

أ- قدّر النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015.

ب- في أية سنة تصبح النسبة المئوية المتوقعة للإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي 9,93% ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3} \right) u_n - \frac{2a+4}{3} \text{ ؛ حيث } a \text{ وسيط حقيقي.}$$

1- عيّن قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية، ثمّ احسب عندئذ u_n ومجموع n حداً

الأولى من المتتالية.

3- عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية، ثمّ عيّن في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حداً الأولى منها.

4- نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإنّ: $u_n = 3^n + 2$ ، ثمّ بيّن أنّ:

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + 4n + 3)$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$.

2- أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) تحقق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثمّ استنتج أنّ

المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f).

3- بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$.

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4- مثّل بيانياً كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f).

5- احسب العدد: $\int_1^2 f(x) dx$ ، ثمّ فسره هندسياً.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$.

(1) أ- احسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

ب- هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$ ؟ برّر إجابتك.

(2) أ- بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$ ،

ب- استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 4$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ج) اكتب v_n ، ثم u_n بدلالة n .

(د) بين أن (u_n) متقاربة.

(3) باستعمال عبارة u_n ، تأكد ثانية من نتيجة السؤال (1) ب.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

وُضِعَت أسئلة امتحان شفوي في علبتين ممتلئتين A و B . العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة،

و 6 أسئلة في مادة الاختصاص؛ والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة، و 7 أسئلة في مادة

الاختصاص. (عمليات سحب الأسئلة واختيار إحدى العلبتين متساوية الاحتمال)

(1) يختار مترشح إحدى العلبتين ليسحب منها عشوائياً، سؤالاً واحداً.

أ- شكّل شجرة الاحتمالات المتوازنة.

ب- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة A ؟

ج- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة B ؟

د- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص؟

هـ- علماً أن المترشح سحب سؤالاً في الثقافة العامة، ما احتمال أن يكون من العلبة B ؟

(2) مترشح آخر يسحب عشوائياً سؤالاً واحداً من العلبة A وسؤالاً واحداً من العلبة B .

بين أن احتمال سحب سؤالين في مادة الاختصاص هو 0,42.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012:

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000

(1) أ- مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ على محور الفواصل 1cm لكل سنة وعلى

محور الترتيب 1cm لكل 20000 مستعمل).

ب- هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي؟ برّر إجابتك.

(2) بوضع: $z_i = \ln y_i$ من أجل $i \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

أ- أنقل الجدول التالي على ورقة الإجابة، ثم أكمله:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

ب- مثل سحابة النقط $M'_i(x_i; z_i)$ في معلم متعامد آخر مبدؤه $O'(0; 9)$ وبوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور الترتيب.

ج- جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'_i(x_i; z_i)$.

د- بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0,44x + 9,51$.

(3) أ- تحقق أن: $y = k e^{0,44x}$ ، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه. (تدور النتيجة إلى الوحدة)

ب- بفرض أن عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة، قدر عددهم سنة 2014.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^2}$.

(1) عيّن، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.

(2) أ- تحقق أنه، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) = -1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$.

ب- استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; 8]$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x} + \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0; 8]$ والتي تتعدم عند 1.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; 8]$.

ج- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

د- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α ، حيث: $3,8 < \alpha < 3,9$.

(3) مثل بيانيا (C_f) .

(III) الدالة العددية h معرفة على $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$ كما يلي: $h(x) = f(3x + 2)$.

(1) بين أنه إذا كان $-\frac{2}{3} < x \leq 0$ فإن $0 < 3x + 2 \leq 2$ وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن $2 \leq 3x + 2 \leq 8$.

(2) احسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

(3) شكّل جدول تغيرات h .