

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير و اقتصاد (ن.ج)

المدة: 3 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات (خاص بالمكفوفين)

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

في معلم متعامد، مجموعة النقط التالية: $\{A_1(35; 12,2), A_2(40; 12,4), A_3(45; 12,5), A_4(50; 13), A_5(55; 13,3), A_6(60; 13,6), A_7(65; 14)\}$ هي سحابة نقط لسلسلة إحصائية ذات متغيرين X و Y حيث: قيم X ترمز إلى أعمار عينة من الرجال (فواصل نقط السحابة) وقيم Y ترمز إلى ضغط دم هذه العينة حسب أعمارهم.

- (1) احسب إحداثي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط السابقة.
- (2) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: $y = ax + b$ ، تعطى a و b مدورة إلى 10^{-2} .
- (3) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول؟ علّل.
- (4) إذا كان ضغط دم 11,8 فما هو العمر المقابل؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$ و (c_r) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. $\ln$ هو رمز اللوغاريتم النيبيري (

(1) أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة: $f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) حلّ $f(x)$ إلى جداء عاملين.

ج) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة $2\ln(x) + 2 \geq 0$

(2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) بيّن أن المنحنى (c_r) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) n عدد طبيعي، أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$ (S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1؛ و e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النبيري).
- (2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$ بين أن: $w_n = u_n + v_n$ حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.
- (3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:
- $$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$
- (4) استنتج المجموع S بدلالة n حيث:
- $$S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:
- $$f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$$
- و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.
- (2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$.
 ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها.
- (4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.
- (5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
- (6) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل.
- (7) أ- عين الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقق: $F(2) = -10$.
 ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور القواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$ ، علما أن f سالبة في المجال $[1; 2]$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

تطور الإنتاج السنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك خلال السنوات 2004، 2005، 2006، 2007، 2008، 2009 والمرفقة على الترتيب بالأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 مثل بسحابة النقاط التالية: $\{M_1(1; 530), M_2(2; 640), M_3(3; 770), M_4(4; 850), M_5(5; 980), M_6(6; 1115)\}$.

- (1) عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقاط.
- (2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 115x + 411,67$.
- (3) عيّن إنتاج هذا المجمع المائي في سنة 2015. (تعطى كل النتائج مدورة إلى 10^{-2}).
- (4) حسب التعديل السابق كم كان إنتاج هذا المجمع سنة 2003؟

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$.

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n < 2$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً.

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.

أ- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

ج- ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n

فإن: $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$:
($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري).

(1) احسب $g(2)$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث :
 $2,87 < \alpha < 2,88$

(3) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1; +\infty[$ علما أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل بالضبط حلين في المجال $]1; +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ - أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (نذكر أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د - أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ - ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

(f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) عيّن القيمة الحدية العظمى للدالة f في المجال $]1; \alpha[$.

(4) أ - عين مشتقة الدالة: $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ب - احسب: $\int_2^6 f(x) dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

العلامة		عناصر الاجابة	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	
05	7x0.25 0.25+1 1 0.5 0.25 0.25	التمرين الأول: (05 نقاط) (1) تمثيل سحابة النقط (2) (أ) $G(50:13)$ (ب) تمثيل G (3) تعيين المعادلة: $y = ax + b$ $a = \frac{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 x_i^2 - \bar{x}^2} = 0,06$ $y = 0.06x + 10$ إذن: $b = 10$ نجد $\bar{y} = a\bar{x} + b$ (بآلة الحاسبة العلمية نجد: $y = 0.06x + 9.93$) (4) رسم المستقيم (5) $x = 70$ نجد $y = 14.2$ ، غير معقول حسب هذا التعديل سلم خاص بالمكفوفين: (1) $G(50:13)$ 1,5 (2) المعادلة 1,5 (3) غير معقول 01 (4) $x = 30$ 01	
04	1 0.25 0.25 0.5 0.5 0.5 0.5	التمرين الثاني: (04 نقاط) (1) (أ) $f(x) = 0$ تكافئ (1) $\ln(x) = z$... (2) $z^2 + 2z - 3 = 0$... حل (2) هما 1 ، -3 لما $z = 1$ نجد $x = e$ ، لما $z = -3$ نجد $x = e^{-3}$ إذن $f(x) = 0$ تكافئ ($x = e$ أو $x = e^{-3}$) هندسيا: (C_f) يقطع (xx') في نقطتين فاصلتيهما e^{-3} ، e (ب) $f(x) = (\ln x - 1)(\ln x + 3)$ (ج) $2 \ln x + 2 \geq 0$ تكافئ $x \geq \frac{1}{e}$ (2) $f'(x) = \frac{2 \ln x + 2}{x}$ إشارته f متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{e}; +\infty\right]$ ومتناقصة تماما على $\left]0; \frac{1}{e}\right]$ (3) $f''(x) = \frac{-2 \ln x}{x^2}$ إشارته نقطة انعطاف $\omega(1; -3)$	

العلامة		عناصر الإجابة	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة	تابع الموضوع الأول	
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
	1	 $S_n = \frac{e^{n+1} - 1}{e - 1}$ (1)	
	0.75	 $r = 2$ ، $u_0 = 4$ ، $u_n = 2n + 4$ (2)	
	0.75	 $q = e$ ، $v_0 = 1$ ، $v_n = e^n$	
	1	 $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ (3) $= (n + 1)(n + 4)$ أو استعمال الاستدلال بالتراجع.	
	0.5	 $S = (u_0 + u_1 + \dots + u_n) + (v_0 + v_1 + \dots + v_n)$ (4) $= (n + 1)(n + 4) + \frac{e^{n+1} - 1}{e - 1}$	
07	0.5	التمرين الرابع: (07 نقاط)	
	3x0.25	 $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$ و $a = 4$ (1)	
		... $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (2)	
	1	(3) $f'(x) = \frac{x^3 - 8}{x^3} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$	
	0.5	 إشارة $f'(x)$: $-\infty + \quad 0 \quad - \quad 2 + \quad +\infty$	
	0.25	f متزايدة تماماً على كل من $]-\infty ; 0[$ و $[2 ; +\infty[$	
		f متناقصة تماماً على $]0 ; 2]$	
	0.5	(ب) جدول التغيرات:	
	0.25+0.5	 $\lim_{ x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 5)] = 0$ (4)	
	0.25	 $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب	
	0.5	 معادلة المماس (Δ) : $y = -7x + 7$ (5)	
	0.5+0.25	 رسم (Δ) و (C_f) (6)	
		سلم خاص بالمكفوفين:	
		(3) أ) حساب $f'(x)$ 1	
		ب) إشارة $f'(x)$ + اتجاه التغير 1	
		 $f(x) - y = \frac{4}{x^2} > 0$ فوق (C_f) ، (D) المقارب المائل 1	

محاو الموضوع	عناصر الإجابة	
	العلامة	مجزأة
	تابع الموضوع الأول	
	0.5	7) أ- تعيين الدالة الأصلية : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{4}{x}$
	0.75	ب- حساب المساحة: $A = \int_1^2 -f(x)dx = -\left[\frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{4}{x}\right]_1^2 = \frac{3}{2} u.d$
	الموضوع الثاني	
	التمرين الأول: (06 نقاط)	
05	6×0.25	1) تمثيل سحابة للنقط
	1	2) $G(3,5; 814,17)$
	0.5+1	3) إثبات: $y = 115x + 411,67$
	1	4) في سنة 2015 لدينا: $x = 12$ ومنه $y = 1791,67$
سلم خاص بالمكفوفين:		
1.5 G (1)		
1.5 المعادلة (2)		
1 $y = 1791,67$ (3)		
1 $y = 411,67, x = 0$ (4)		
	التمرين الثاني: (06 نقاط)	
	3×0.25	1) $u_3 = \frac{101}{64}, u_2 = \frac{23}{16}, u_1 = \frac{5}{4}$
	1	2) أ) البرهان بالتراجع
	0.75	ب) (u_n) متزايدة تماما $u_{n+1} - u_n = \frac{2 - u_n}{4} > 0$
	0.25	جـ) (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة
	0.25+0.5	3) أ) $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$
06	0.25	وحدها الأول $v_0 = -1$
	0.25+0.5	ب) $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n, v_n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$
	0.5	جـ) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$
	0.5	4) $S_n = 4\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$
	0.5	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

		التمرين الثالث: (09 نقاط)
0.25	(I) 1) عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$ هو 2	
0.25	(2) $g(2) = 0$	
1	(3) $g(\alpha) = 0$ ، $2,87 < \alpha < 2,88$	
0.5	(4) إشارة $g(x)$: $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} - \frac{\alpha}{x}$	
سلم خاص بالمكفوفين: 0.75 $g(2) = 0$ (1) 1 $2,87 < \alpha < 2,88$ ، $g(\alpha) = 0$ (2) 0.5 إشارة $g(x)$ (3)		
0.5	(II) 1) (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
2×0.25	(ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب	
0.5	(ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 3)] = 0$ ، مستقيم مقارب مائل	
0.5	(د) فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $x = 1 + e^{-\frac{5}{4}}$	
0.5	(هـ) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)	
0.75	(2) (I) $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$	
0.25	(ب) f متزايدة تماما على كل من $[1; 2]$ و $[\alpha; +\infty[$	
0.25	f متناقصة تماما على $[2; \alpha]$	
0.5	جدول التغيرات	
سلم خاص بالمكفوفين: 1 $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ (I) (2) 1 اتجاه تغير f (ب)		
1	(3) رسم المنحني (C_f) و المستقيم (Δ) :	
سلم خاص بالمكفوفين: 0.5 القيمة الحدية العظمى $f(2) = 4$ (3)		
0.5	(4) (أ) الدالة المشتقة: $x \mapsto 2 \frac{\ln(x-1)}{x-1}$	
0.5	$x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2[\ln(x-1)]^2 + 5\ln(x-1)$ دالة أصلية لـ f	
0.5	(ب) $\int_2^5 f(x) dx = 8\ln^2 2 + 10\ln 2 + \frac{3}{2}$	
0.25	هندسيا: التكامل هو مساحة الحيز تحت المنحني والمحدد بالمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = 5$ و $x = 2$	