

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد (ن.ج)

المدة: 3 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي ضغط الدم y_i بدلالة السن x_i لعينة من الرجال.

السن x_i	35	40	45	50	55	60	65
ضغط الدم y_i	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14

(1) مثل الجدول بسحابة نقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(30; 11)$ وبوحدة $1cm$

لكل 5 سنوات على محور الفواصل و $2cm$ لكل وحدة على محور الترتيب.

(2) أ عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة.

(ب) مثل النقطة G في المعلم السابق.

(3) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: $y = ax + b$ ، تعطى a و b مدورة إلى 10^{-2} .

(4) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

(5) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول حسب هذا التعديل ؟ علّل.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$

و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. $(\ln)$ هو رمز اللوغاريتم النبيري

(1) أ حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة: $f(x) = 0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) حلّل $f(x)$ إلى جداء عاملين.

(ج) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة: $2\ln(x) + 2 \geq 0$

(2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) بيّن أن المنحنى (c_f) يقل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) n عدد طبيعي، أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$ (S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1؛ و e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النبيري).

(2) لنكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$

بيّن أن: $w_n = u_n + v_n$

حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن:

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

(4) استنتج المجموع S بدلالة n حيث:

$$S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

(5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(7) أ- عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقق: $F(2) = -10$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x = 2 \text{ و } x = 1$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يُمثل الجدول التالي تطور إنتاج سنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك:

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج y_i	530	640	770	850	980	1115

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i ; y_i)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد (على محور الفواصل 2cm يمثل سنة واحدة، على محور التراتيب 1cm يمثل 100 طن من السمك).
- (2) عَيِّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.
- (3) بَيِّن أَنَّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 115x + 411,67$.
- (4) عَيِّن إنتاج هذا المجمع المائي في سنة 2015. (تعطى كل النتائج مدورة إلى 10^{-2})

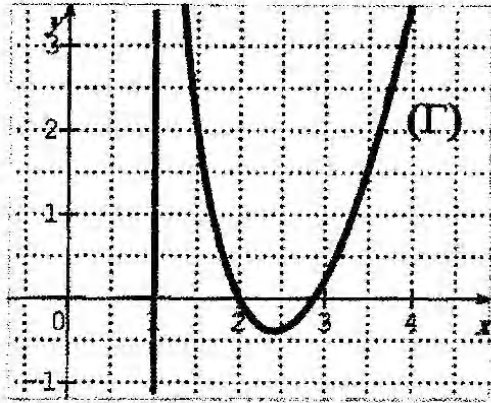
التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$.

- (1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .
- (2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n < 2$.
ب - بَيِّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.
ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.
- (3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.
أ - بَيِّن أَنَّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.
ب - اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
ج - ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟
- (4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$:
($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري). (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



(1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

(2) احسب $g(2)$.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث :

$$2,87 < \alpha < 2,88$$

(4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1; +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد x من المجال $]1; +\infty[$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}, \quad (f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f).$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) = 3,9$)

(4) أ- عيّن مشتقة الدالة: $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ب- احسب: $\int_2^5 f(x) dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.