

الإجابة النموذجية لموضوع مادة: الرياضيات شعبة: علوم تجريبية امتحان بكالوريا دورة: 2013.

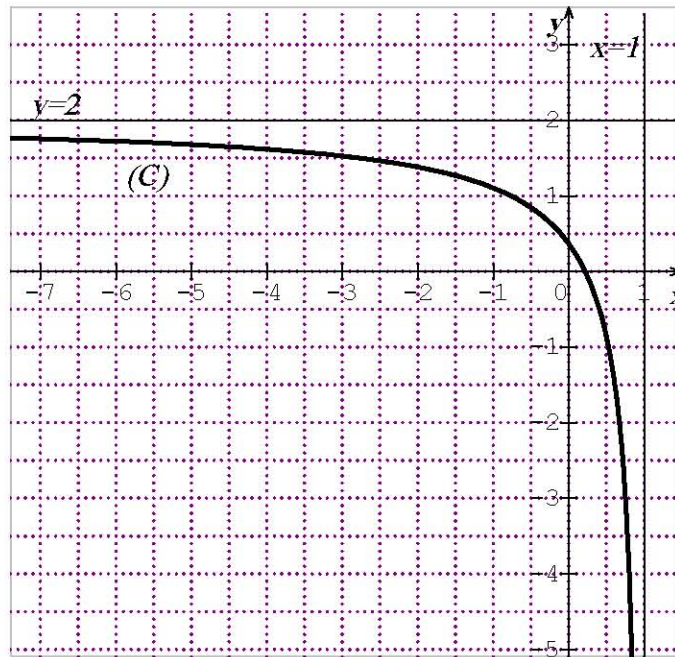
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01,25	0,75	التمرين الأول (04,5 نقط) (1) التمثيل الوسيطى للمستقيم (BC) : $x = 1+t$ ؛ $y = -t$ ؛ $z = -1+2t$ ($t \in R$) (BC) محتوى في (P) : $2(-t) + (-1+2t) + 1 = 0$
	0,5	
1	$2 \times 0,5$	(2) (Δ) و (BC) غير متوازيين وغير متقاطعين إذن (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي.
02,25	0,5	(3) أ) المسافة بين A و (P) $d(A;(P)) = \frac{6\sqrt{5}}{5}$
	0,25	ب) نقطة D من (P) $2(0) - 1 + 1 = 0$
	0,5	BCD مثلث قائم $CD^2 = 1$ ، $BD^2 = 1$ ، $BC^2 = 6$
	0,5	(4) $ABCD$ رباعي الوجوه $A \in (P)$ لأن $d(A,(P)) \neq 0$ علما أن $(P) = (ABC)$
	0,5	- حجم رباعي الوجوه $ABCD$ $V = \frac{1}{3} A_{(BCD)} \times d(A;(P)) = 1 \text{ u.v}$

		التمرين الثاني (04 نقط)
01	0,75	(I) (1) (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$ و حدّها الأول $v_0 = 5$
	0,25	(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$
03	1	(II) (1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $1 \leq u_n \leq 6$
	0,5	(2) (u_n) متزايدة تماما $u_{n+1} - u_n > 0$; $u_{n+1} - u_n = \frac{(6-u_n)(1+u_n)}{\sqrt{5u_n+6}+u_n}$
	0,5	(3) أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $6 - u_{n+1} \leq \frac{2}{3}(6 - u_n)$ $(\frac{1}{6+\sqrt{5u_n+6}} < \frac{1}{6})$
	0,5	ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $0 \leq 6 - u_n \leq v_n$ (يمكن استعمال البرهان بالتراجع)
	0,5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$

التمرين الثالث (05 نقط)		
01	0,5	 $\Delta = 4i^2 \sin^2 \alpha$ (1)
	0,5	 $z'' = 2(\cos \alpha - i \sin \alpha)$ ، $z' = 2(\cos \alpha + i \sin \alpha)$
01,25	0,25	 تحديد (2) $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ (أو العكس)
	$2 \times 0,5$	 $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013} = +1$ و $\frac{z_1}{z_2} = e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$
02,75	0,75	(3) أ) إنشاء النقط A ، B و $C \in C_{(O;2)}$ و فاصلتها 1 و B نظيرة A بالنسبة $(x'x)$ و C لها نفس ترتيب A .
	0,5	 ب) $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{\sqrt{3}}{2}i$
	0,5	 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ صورة C ، $z_C - z_A = \frac{\sqrt{3}}{2}i(z_B - z_A)$
	$2 \times 0,25$ 0,5	 ج) $z_G = 4 + 2i\sqrt{3}$ إنشاء G د) $z_D = 4$

التمرين الرابع: (06,5 نقط)		
01	0,5	 (I) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$
	0,5	 $x = 1$ ، $y = 2$ معادلنا مستقيمين مقاربين
01	0,5	(2) من أجل $x \in]-\infty; 1[$ ، $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}(1 + e^{\frac{1}{x-1}})$
	0,25 0,25	 بما أن $f'(x) < 0$ من أجل كل $x \in]-\infty; 1[$ فإن f متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$
	0,25 0,25	 جدول التغيرات
0,5	0,25	(3) للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α من $]-\infty; 1[$ (مبرهنة القيم المتوسطة)
	0,25	 $0,21 < \alpha < 0,22$
01,25	0,5	(4) إنشاء المستقيمين المقاربين لـ (C)
	0,5	 إنشاء المنحنى (C)
	0,25	 إنشاء المنحنى (C') الممثل للدالة $ f $
0,25	0,25	(5) للمعادلة $ f(x) = m$ حلّين مختلفين في الإشارة من أجل $m \in \left] \frac{1}{e}; 2 \right[$
01,5	$0,25 \times 2$	(II) (1) $g'(x) = f'(2x - 1)$ إذا كان $x < 1$ فإن $2x - 1$ ، وعليه $f'(2x - 1) < 0$
	0,25	 g متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$

	0,5 0,25	$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$ جدول تغيّرات g (نفس جدول تغيّرات f)
1	2 × 0,25 0,25 0,25	أ) $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$ ، $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = f(\alpha) = 0$ ب) (T) معادلة له: $y = 2f'(\alpha)\left(x - \frac{\alpha+1}{2}\right)$ ج) $(T): y = \left(\frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}\right)$ ($e^{\frac{1}{\alpha-1}} = -\frac{\alpha}{\alpha-1}$)



		الموضوع الثاني
		التمرين الأول: (04,5 نقط)
1	0,5	(1) $-2 - 3i$ حل للمعادلة (E) $(-2 - 3i)^2 + 4(-2 - 3i) + 13 = 0$
	0,5	استنتاج الحل الآخر للمعادلة (E) $-2 - 3i$
01,5	1	(2) أ) الكتابة المركبة للتشابه S $z' - z_A = \frac{1}{2} e^{i(\frac{\pi}{2})} (z - z_A)$
	0,5	ب) $z_C = -4 - 2i$
02	0,5	(3) أ) مرجح النقطتين A و B مرفقين بالمعاملين -3 و 1 على الترتيب
	0,5	ب) لاحقة D هي $z_D = -3 - 5i$
	0,5	ج) $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = i$
	0,5	ACD مثلث قائم في A و متساوي الساقين $(AD = AC)$ و $((\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2})$

		التمرين الثاني: (04 نقط)
04	0,50	(1) أ) تمثيل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 :
	0,25	ب) التخمين: (u_n) متزايدة تماما و متقاربة.
	0,50	(2) أ) $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ ، f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.
	0,50	ب) البرهان بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$.
	0,75	ج) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ لدينا: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-u_n)}{u_n+1}$ و منه $u_{n+1} - u_n > 0$ أي (u_n) متزايدة تماما.
	0,75	(3) أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$. الحد الأول : $v_0 = -1$.
	0,50	ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ؛ $u_n = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$.
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$. (لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$) .

التمرين الثالث (04,5 نقط)		
01	0,25 0,25 0,5	(1) أ) $I\left(\frac{3}{2}; 0; 1\right)$ ب) التحقق أن I نقطة من (P) (تقبل كل طريقة سليمة) $\overrightarrow{AB}$ ناظمي لـ (P)
0,5	0,5	(2) (Δ) تمثيل وسيطي له $\begin{cases} x = k - \frac{3}{2} \\ y = 2k - 2 \\ z = -4k + 1 \end{cases} (k \in \mathbb{R})$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)
01	$2 \times 0,5$	(3) أ) تقاطع (P) و (Δ) : $t = \frac{1}{3}$ و منه $E\left(-\frac{7}{6}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
01	0,5 0,5	ب) (AB) و $\overrightarrow{u}$ مرتبطان خطيا أي المثلث IEC قائم في E (يقبل أي تبرير) $(EC^2 + IE^2 = IC^2)$
01	$2 \times 0,25$ 0,5	(4) أ) $(ID) \perp (AB)$ و $(ID) \perp (IE)$ ب) حجم رباعي الوجوه $DIEC$ $V = \frac{28}{9}uv$

التمرين الرابع (07 نقط)		
0,75	0,25 0,5	(I) $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$ 1) $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
01,25	0,5 0,25 0,25 0,25	من أجل $x \in]-1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x^2 + 4x}{x+1}$ إشارة $g'(x)$ حسب قيم x إذا كان $-1 < x \leq 0$ فإن $g'(x) \leq 0$ و إذا كان $x \geq 0$ فإن $g'(x) \geq 0$ جدول التغيرات (2) $g(x) \geq 4$ و منه $g(x) > 0$
0,75	0,25 0,25 0,25	(II) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - \frac{1}{x+1} + 2\frac{\ln(x+1)}{x+1} \right] = +\infty$

01,5	0,5	 $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ (أ) (2)									
	0,25	]-1; +∞[دالة متزايدة تماما على (ب) f									
	0,25	 جدول تغيرات f									
	0,25	 (ج) للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا في]-1; +∞[(مبرهنة القيم المتوسطة)									
	0,25	 $f(0) = -1$ و $f(0,5) \approx 0,37$. $0 < \alpha < 0,5$									
01	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$ بجوار (C_f) لـ (Δ) مستقيم مقارب مثل لـ (3) (أ) $y = x$									
	0,25	 (ب) $f(x) - x = \frac{-1 + 2 \ln(x+1)}{x+1}$									
	0,5	<table border="1"><tr><td>x</td><td>-1</td><td>$-1 + \sqrt{e}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x) - x$</td><td> </td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)	x	-1	$-1 + \sqrt{e}$	$+\infty$	$f(x) - x$		-	0	+
	x	-1	$-1 + \sqrt{e}$	$+\infty$							
$f(x) - x$		-	0	+							
0,5	0,5	 $x_0 = -1 + \sqrt{e^3}$ (أ) (4)									
1,25	1	 (ب) رسم المستقيمين المقاربين، المماس (T) و (C_f)									
	0,25	 (ج) $0 < m < \frac{2}{\sqrt{e^3}}$									

