

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)	المتتاليات العددية
	01	(1) نقل الشكل و إنشاء u_0, u_1, u_2 و u_3 (دون حسابها).	
	2x0,25	(ب) حسب الشكل نضمن أن (u_n) متزايدة و متقاربة نحو 3.	
	01	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $0 < u_n < 3$.	
	01	(3) أ) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n > 0$, إذن (u_n) متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$	
	0,5 1	(ب) بما أن (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة. حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ نجد $-l^2 + 2l + 3 = 0$ مع $l > 0$ و منه $l_1 = 3$ مقبول و $l_2 = -1$ مرفوض إذن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	0,25	(1) $z = \frac{3i(z+2i)}{z-(2-3i)}$, $z \neq 2-3i$ تعني $z^2 - 2z + 6 = 0$	الأعداد المركبة
	3x0,25	$\Delta = (2i\sqrt{5})^2$, $z_2 = 1+i\sqrt{5} = z_A$ و $z_1 = 1-i\sqrt{5} = z_B$	
	2x0,5	(2) $ z_A = z_B = \sqrt{6}$ إذن النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{6}$.	
	01	(3) أ) $OM' = z' = 3 \times \frac{CM}{DM}$	
	0,5 2x0,25	(ب) $CM = DM$ أي $OM' = 3$ M' تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 3, $OE = 3$.	
		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
04	0,75	(1) أ) $\overline{AB}(1;4;-6)$ و $\overline{AC}(-2;5;-4)$ ومنه $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا.	
	0,75	(ب) $A, B, C \in (P)$ إذن $(P) = (ABC)$ (أو طريقة أخرى)	

	0,5	(2) تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) : $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 + 4\lambda \\ z = 5 - 6\lambda \end{cases} (\lambda \in \mathbb{R})$	الهندسة في الفضاء
	01	(3) أ) $2x + 8y - 12z + 21 = 0$ (Q) (أي طريقة تقبل).	
	0,25	(ب) $D \in (Q)$	
	0,75	(ج) $d(D; (AB)) = \frac{\sqrt{213}}{4}$	

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

		التمرين الرابع: (07 نقاط)															
07	2 × 0,25	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ، $x=0$ هو مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f) .		الدوال العددية حساب المساحات													
	0,25	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$															
	0,5	(2) $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$															
	0,5	إشارة $f'(x)$ $-\infty \quad + \quad -2 \quad - \quad 0 \quad + \infty$															
	0,5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(-2)$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x		$-\infty$	-2	0	$f'(x)$		$+$	0	$-$	$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$	$-\infty$	جدول تغيرات الدالة f : $f(-2) = 3 + 6 \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ $f(-2) \approx 0,56$
	x	$-\infty$	-2		0												
	$f'(x)$		$+$		0	$-$											
	$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$		$-\infty$												
	0,5	(3) أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x+5) = 0$															
	0,5	ب) $f(x) - (x+5) = 6 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ من أجل كل x من $]-\infty; 0[$ ، $f(x) - (x+5) < 0$ ، إذن (C_f) يقع تحت (Δ)															
2 × 0,5	(4) ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-3,5; -3,4]$. ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-1,1; -1]$.																
0,75	(5) إنشاء (C_f) و المستقيم (Δ) .																
0,5	(6) أ- معادلة المستقيم (AB) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)$																
	01	ب- $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ حل المعادلة يكافئ حل $x_0^2 - x_0 - 12 = 0$ مع $x_0 < 0$ $x_0 = -3$ و $y_0 = 2 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)$															
	0,5	(7) من أجل كل x من $]-\infty; 0[$ ، $g'(x) = f(x)$.															
الموضوع الثاني																	
04,5	0,75	التمرين الأول: (04,5 نقط) (1) البرهان بالتراجع أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $3 < u_n < 4$															
	0,5	(2) إثبات أن $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$															
	0,5	استنتاج أن (u_n) متزايدة تماما															
	0,25	(3) (u_n) محدودة من الأعلى و متزايدة.															

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

	0,75 0,5+0,25 0,25 0,25+0,5	(أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدّها الأول $v_0 = \ln \frac{1}{4}$ (ب) $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln \frac{1}{4}$ و $u_n = 3 + e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln \frac{1}{4}}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ (ج) $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times e^{v_2} \times \dots \times e^{v_n}$ $\lim P_n = \frac{1}{16}$ و $P_n = e^{2\left(\ln \frac{1}{4}\right)\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}$ منه $P_n = e^{v_0 + v_1 + \dots + v_n}$	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	0,75	(1) $AB(3;1;-1)$ ، $AC(2;-1;-1)$ و AC غير مرتبطين خطيا و منه A ، B ، C تعين مستويا.	الهندسة في الفضاء
	01	(2) إثبات أن $2x - y + 5z - 3 = 0$ هي معادلة لـ (ABC)	
	0,25	(3) $D \notin (ABC)$	
	01	ب- $\overline{DH} \cdot \overline{AC} = 0$ و $\overline{DH} \cdot \overline{AB} = 0$ ؛ $\overline{DH} \left(\frac{-17}{15}; \frac{17}{30}; \frac{-17}{6} \right)$ و $(H \in (ABC))$ (أو $\overline{DH} = k \cdot \overline{n}$ و $(H \in (ABC))$).	
	2 × 0,5	ج- استنتاج أن (ADH) و (ABC) متعامدان. $\overline{AH} \left(\frac{28}{15}; \frac{-13}{30}; \frac{-5}{6} \right)$ $(AH): \begin{cases} x = \frac{28}{15}t - 1 \\ y = \frac{-13}{30}t \\ z = \frac{-5}{6}t + 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	
		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	0,5	(1) أ- $P(6) = 0$	الأعداد المركبة
	0,5	ب- $P(z) = (z-6)(z^2 - 6z + 12)$	
	0,75	ج- $P(z) = 0$ معناه $z = 6$ أو $z = 3 - i\sqrt{3}$ أو $z = 3 + i\sqrt{3}$.	
04,5	0,75	(2) $z_C = 3 - i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A = 6 = 6e^{i0}$	
	+0,25 0,25	ب) $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$	
	0,5	ج) $z_A - z_B = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_C)$ إذن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ (أو طريقة أخرى). إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

	0,5	(3) أ- العبارة المركبة للتشابه $S: z' = i\sqrt{3}z - 4i\sqrt{3}$	
	0,25	ب- $z_{A'} = 2i\sqrt{3}$	
	0,25	ج- $z_A - z_{A'} = 2(z_A - z_B)$ ، إذن A' ، B ، A في استقامة.	
		التمرين الرابع: (07 نقطة)	
07	2x0,25	(I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$	الدوال العددية حساب المساحات
	0,75	(2) $g'(x) = -(1+x)e^x$ ، إشارتها هي إشارة $-(1+x)$ لأن $e^x > 0$ ♦ جدول تغيرات الدالة g	
	0,25	(3) أ- إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $[-1; +\infty[$.	
	0,5	ب- التحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$. إشارة $g(x)$ $-\infty \quad + \quad \alpha \quad - \quad +\infty$	
	0,25	(II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25	(2) من أجل كل x من $]-\infty; 2]$ ، $f'(x) = -g(x)$.	
	0,25	♦ إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad - \quad \alpha \quad + \quad 2 \quad +\infty$	
	0,5	♦ جدول التغيرات.	
	0,5	(3) تبيان أن $f(\alpha) = \frac{-1-\alpha^2}{\alpha}$.	
	0,5	♦ $-2,72 < f(\alpha) < -2,08$.	
	0,25	(4) أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (-x-1) = 0$	
	0,25	ب) $f(x) - (-x-1) = (x-1)e^x$ إشارتها $-\infty \quad - \quad 1 \quad + \quad 2 \quad +\infty$	
	0,25	الوضع النسبي	
	2x0,25	(5) أ) مبرهنة القيم المتوسطة	
	0,75	ب) رسم (C_f) ، (Δ) .	
	0,5	(6) أ) $b = -1$ ، $a = 1$	
	0,25	ب) $G(x) = x - (x-1)e^x$	