

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات لشعبة علوم تجريبية بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة البكالوريا دورة: 2011
اختبار مادة: الرياضيات شعبة: علوم تجريبية المدة: 03 ساعات ونصف

الإجابة النموذجية

عدد الصفحات 4

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
المجموع	مجزأة	
3 نقاط		التمرين الأول (3 نقاط)
	0,75+0,25	1. الإجابة الصحيحة هي (ب -) لأن $V_{n+1} = 3 V_n$
	0,75+0,25	2. الإجابة الصحيحة هي (ج -) لأن $U_n = -\frac{1}{2}3^n - \frac{1}{2}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n = +\infty$
	0,75+0,25	3. الإجابة الصحيحة هي (ج -) لأن $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n = -\frac{1}{2} \frac{3^{n+1} - 1}{2}$
5 نقاط		التمرين الثاني (5 نقاط)
	1	1. المعادلة ديكرتية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي : $-2x + y + 5z - 1 = 0$
	0,5	2. أ - التحقق أن إحداثيات $B(-1;4;-1)$ تحقق معادلة كل من $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$
	0,5	ب - $\vec{n} = (1;2;0)$ و $\vec{n}' = (1;2;0)$ غير متوازيين و منه $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ)
	0,5	تمثيله الوسيطى: $t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$
	0,5	3. أ - المسافة بين C و $(\mathcal{P})$: $d_1 = \frac{3\sqrt{30}}{5}$
	0,5	ب - المسافة بين C و $(\mathcal{Q})$: $d_2 = \frac{6\sqrt{5}}{5}$
	1	ج - استنتاج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ) : $d(C;(\Delta)) = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 3\sqrt{2}$
5 نقاط		التمرين الثالث (5 نقاط)
	0.75	1. أ - الشكل الجبري للعدد المركب: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i$
	0.5 x 2	ب - طول $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له: $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}$
	0,5	طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .
	0,5	2. أ - طبيعة T محددا عناصره المميزة: T هو الدوران ذو المركز A والزاوية $\frac{\pi}{2}$.
0,5	ب - استنتاج صورة النقطة B بالتحويل T : $T(B) = C$.	

العامة		تابع عناصر الإجابة للموضوع الأول												
المجموع	مجزأة													
0,5	0,5	3. أ. $\overline{AD} = \frac{3}{2} \overline{AC}$ و منه A، C، D في استقامية.												
0,5	0,5	ب. تعيين نسبة التحاكي $K = \frac{z_D - z_A}{z_C - z_A} = \frac{3}{2}$: h												
0,75	0,75	ج- لدينا $z_D - z_A = a(z_B - z_A)$ و منه $a = \frac{3}{2}i$ عناصر التشابه S هي المركز A والنسبة $\frac{3}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{2}$.												
التمرين الرابع (7 نقاط)														
0,5	0,5	(I) أ- جدول تغيرات الدالة g.												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$g'(x)$		+	+	$g(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
$g'(x)$		+	+											
$g(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$											
0,5	0,5	ب- $g(x) > 0$ تكافئ $x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$.												
0,5	0,5	ج- $0 < g(x) < 1$ تكافئ $x \in]1; +\infty[$.												
1	1	(II) 1. حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$												
0,5	0,5	2. $x = 1$ و $y = 1$ معادلتا مستقيمين مقاربين C_f												
0,5	0,5	أ- نبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$												
0,5 + 1	0,5 + 1	ب- $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} \left(\frac{2x}{x-1} \right)$ ، $f'(x) > 0$ لأن $x > 1$												
0,5	0,5	ج- جدول تغيرات الدالة f:												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	1	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$	$-\infty$	1			
x	1	$+\infty$												
$f'(x)$		+												
$f(x)$	$-\infty$	1												
0,5	0,5	3. أ- $\ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) < 0$ على المجال $]1; +\infty[$:												
0,5	0,5	ب- نضع $h(x) = (x - \alpha) \ln(x - \alpha) - x$ و منه $h'(x) = \ln(x - \alpha)$												
0,5	0,5	ج- التحقق: $F(x) = x - (x+3) \ln(x+1) + (x-1) \ln(x-1)$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$												

اختبار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك : علوم تجريبية

عناصر الإجابة للموضوع الثاني		العلامة
مجزأة	المجموع	
التمرين الأول (4 نقاط)		
1		1. أ - (v_n) هندسية أساسها α لأن : $v_{n+1} = \alpha v_n$
0,5		ب - عبارة v_n بدلالة n و α : $v_n = \left(6 + \frac{1}{\alpha - 1}\right) \alpha^n$
0,5		- استنتاج عبارة u_n بدلالة n و α : $u_n = \left(6 + \frac{1}{\alpha - 1}\right) \alpha^n - \frac{1}{\alpha - 1}$
0,5		ج - تكون المتتالية (u_n) متقاربة إذا كان $\alpha \in]0; 1[$
0,75		2. نضع $\alpha = \frac{3}{2}$: - حساب بدلالة n ، المجموع S_n : $S_n = 16 \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} - 1 \right]$
0,75		- حساب بدلالة n ، المجموع T_n : $T_n = 16 \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} - 2n - 18$
التمرين الثاني (4 نقاط)		
0,75		1. أ - تعليم النقط A ، B و C :
0,75		ب - طبيعة الرباعي $OABC$: متوازي أضلاع. التعليل : $\frac{z_B - z_C}{z_A} = 1$ أي $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB}$
0,5		ج - لاحظ النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$: $z_\Omega = \frac{3}{2} + i$
0,75		2. لدينا : $M\Omega = 3$ ، (E) الدائرة التي مركزها Ω و نصف قطرها 3 + الإنشاء
0,75		3. أ - $\Delta' = (2i)^2$ وعليه $z_0 = 3 - 2i$ و $z_1 = 3 + 2i$ أو العكس.
0,5		ب - $ z - z_0 = z - z_1 $ معناه $AM = BM$ ؛ إذن المجموعة المطلوبة هي محور القطعة $[AB]$ أي محور الفواصل.

اختيار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك : علوم تجريبية

عناصر الإجابة للموضوع الثاني		العلامة											
المجموع	مجزأة												
5 نقاط		التمرين الثالث (5 نقاط)											
	1	1. أ - التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) : $\lambda \in \mathbb{R}$; $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - 4\lambda \\ z = 7 - \lambda \end{cases}$											
	0,5	ب - C تنتمي إلى (Δ) لأنه بالتعويض بإحداثيات C نجد $\lambda = 1$ أو $\overrightarrow{BC} = \vec{u}$											
	1	ج - $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ $\overrightarrow{BC}(1; -4; -1)$ $\overrightarrow{AB}(2; 0; 2)$											
	0,5	د - $d(A, (\Delta)) = AB = 2\sqrt{2}$											
	0,75	2. أ - عبارة $h(t)$ بدلالة t : $h(t) = AM = \sqrt{8 + 18t^2}$											
	0,5	ب - نبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي t : $h'(t) = \frac{18t}{\sqrt{18t^2 + 8}}$											
	0,75	ج - AM أصغر ما يمكن عندما يكون $h'(t) = 0$ أي $t = 0$ القيمة الحدية الصغرى للدالة h هي $h(0) = 2\sqrt{2}$ ومنه $h(0) = d(A, (\Delta))$.											
		التمرين الرابع: (07 نقاط)											
	0,5 x 2	1. أ - حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$											
0,5	ب - حساب $f'(x) = e^x - e$: $f'(x)$												
0,5	دراسة إشارة $f'(x)$: $- \quad 1 \quad +$												
0,5	ج - جدول تغيرات الدالة f :												
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$- \quad 0 \quad +$</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$		$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$
x	$-\infty$	1	$+\infty$										
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$											
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$										
0,5	2. أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-ex - 1)] = 0$												
0,5	ب - معادلة (T) مماس $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $y = (1 - e)x$: 0												
1	ج - f مستمرة و متزايدة تماما على $[1,75; 1,76]$ $f(1,75) = -0,0024$ $f(1,76) = 0,028$												
1	د - رسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty; 2]$.												
1	3. أ - حساب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$: $A(\alpha) = \left(-e^\alpha + \frac{1}{2}e\alpha^2 + \alpha + 1\right) ua$												
0,5	ب - من $f(\alpha) = 0$ نجد $e^\alpha = e\alpha + 1$ و بالتعويض نجد أن :												
	$A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) ua$												