

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A = 1+i$ و $z_B = 3i$.

(1) اكتب على الشكل الأسّي: z_A و z_B .

(2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = 2iz + 6 + 3i$$

(أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

(ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S .

(ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

(3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A; 2), (B; -2), (C; 2)\}$.

(أ) عين z_D لاحقة النقطة D .

(ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

(4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات

اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

(أ) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 6 + 3i$ تنتمي إلى (Δ) .

(ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z_B - z}{z_D - z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(1; 1; 0)$ ،

$B(2; 1; 1)$ و $C(-1; 2; -1)$.

(1) (أ) بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

(ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x + y - z - 2 = 0$.

(2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P): x + 2y - 3z + 1 = 0 \quad \text{و} \quad (Q): 2x + y - z - 1 = 0$$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0; 4; 3)$ و $G(-1; 5; 3)$ شعاع توجيه له.

(أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

(ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

(3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين الثالث: (10 نقاط)

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$.

(4) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x) = \ln(x + a) + b$ حيث: a, b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f) .

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) احسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$ حلا وحيدا α .
تحقق أن $2 < \alpha < 3$.

(ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left] \frac{1}{2}; 5 \right]$ في المعلم السابق.

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

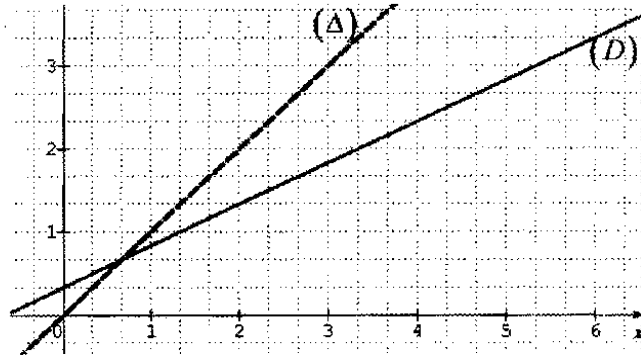
(5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[\alpha; 1]$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $[\alpha; 1]$.

(III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

(1) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$.

(2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

الموضوع الثاني



التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا
المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

(1) لنكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد

$$\text{الطبيعية } \mathbb{N} \text{ بـ : } u_0 = 6 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$$

أ - انقل الشكل ثم مقل على محور الفواصل الحدود التالية: u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 ؛ دون حسابها
مبرزاً خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

ج - أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج - احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

(2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقاط A, B, C و D

$$\text{لاحقاتها على الترتيب: } z_A = 3 + 3i, z_B = \overline{z_A}, z_C = -z_A, z_D = -z_B$$

أ - بين أن النقاط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول النقطة A إلى النقطة B .

ج - بين أن النقاط A, O, C و B في استقامة وكذلك النقاط O, D و B .

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته:
- $$x - 2y + z + 3 = 0$$
- (1) نذكر أن حامل محور الفواصل $(O; \vec{i})$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$.
- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $(O; \vec{i})$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.
- (2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0; 0; -3)$ و $C(-1; -4; 2)$.
- أ - تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.
- ب - احسب الطول AB .
- ج - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$.
- (3) أ - اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.
- ب - تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
- ج - احسب مساحة المثلث ABC .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.
- نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ب - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسّر هندسياً النتيجة.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ - بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.
- ب - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .
- (4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- (5) أ - بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$.
- ب - هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟
- ج - ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .
- د - ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$.