الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2020

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 03 سا و 30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأوّل: (04 نقاط)**

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

**1)** قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ معرّف بالجدول المقابل :

| $x_i$ | -2 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X=x_i)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ |

الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي $X$ هو:

أ) $-\frac{1}{20}$ ب) $-\frac{1}{10}$ ج) $-\frac{3}{20}$

**2)** المتتالية العددية $(w_n)$ معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = 4\times 5^n - 2n + 1$

نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_n$

$S_n$ يساوي: أ) $5^{n+1} - (n+1)^2$ ب) $5^{n+1} - n^2$ ج) $5^n - n^2$

**3)** نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي $x$ : $-2e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$

مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي:

أ) $[-\ln 2; \ln 2]$ ب) $[-1; -\ln 2]$ ج) $[\ln 2; +\infty[$

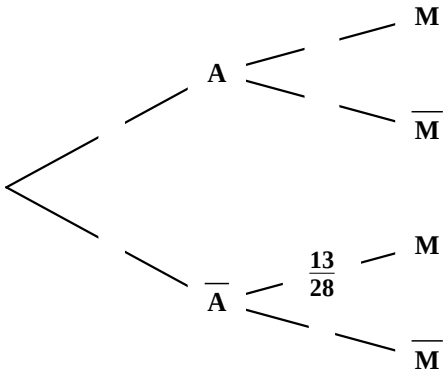
**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

يحتوي وعاء $U$ على 4 كريات حمراء و 6 سوداء، ويحتوي وعاء $V$ على 5 كريات حمراء و 3 سوداء وكل الكريات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللّمس. نسحب عشوائيا كريتين في آنٍ واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من $U$ و في باقي الحالات نسحب الكريتين من $V$ .

نسمّي $A$ الحدث: " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسمّي $M$ الحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللّون".




**1)** تحقق أنّ $P(\overline{A})$ احتمال السّحب من الوعاء $V$ هو $\frac{2}{3}$.

**2)** علماً أنّ الكريتين المسحوبتين من $U$، بيّن أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللّون هو $\frac{7}{15}$ .

**3)** انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$ .

**4)** احسب $P_{\overline{M}}(A)$ احتمال السّحب من الوعاء $U$ علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللّون؟


www.deepbac.com

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة بـِ : $u_0=\alpha$ ($\alpha$ عدد حقيقي)، ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-1$.

**1)** نفرض أنّ $\alpha=-4$.

برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n=-4$.

**2)** نفرض أنّ $\alpha\neq-4$.

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+4$.

أ . أثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

**ب.** اكتب عبارة الحد العام $u_n$ بدلالة $n$ و $\alpha$ ثمّ بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة.

**جـ.** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

احسب $S_n$ بدلالة $n$ و $\alpha$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

الدالة العددية $f$ معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$ .

$(\mathcal{C}_f)$ التمثيل البياني لـ $f$ في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(تُؤخذ وحدة الطول $2cm$)

**1)** أ . احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ .

**ب.** بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

**جـ.** ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

**2)** الدالة العددية $g$ معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ: $g(x)=x^3-1+2\ln x$.

أ . بيّن أنّ $g$ متزايدة تماماً على $]0;+\infty[$.

**ب.** احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$.

**3)** أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ .

**ب.** استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**4)** بيّن أنّ التمثيل البياني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$، ويُطلب تعيين معادلة له.

**5)** أنشئ $(T)$، $(\Delta)$ و $(\mathcal{C}_f)$ .

**6)** الدالة العددية $h$ معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$.

أ . بيّن أنّ $h$ دالة زوجية.

**ب.** اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى $(C_h)$ الممثّل للدالة $h$ انطلاقا من $(C_f)$. (لا يُطلب انشاء $(C_h)$ ).

**انتهى الموضوع الأول**



www.deepbac.com

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

**1)** نعتبر الدّالة $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالشكل : $f(x)=-x+\ln x$ .

على المجال $]0;+\infty[$ ، الدّالة $f$ :

أ ) متزايدة تماما **ب)** متناقصة تماما **جـ )** غير رتيبة

**2)** يتكون فريق عمل من 4 إناث و3 ذكور، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.

احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

أ) $\frac{6}{7}$ **ب)** $\frac{4}{7}$ **جـ )** $\frac{1}{7}$

**3)** لتكن $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $e$ وحدها الأول $u_0$ ، حيث: $u_0=e^{-\frac{1}{2}}$ . ($e$أساس اللوغاريتم النيبيري)

من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n=\ln(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)$

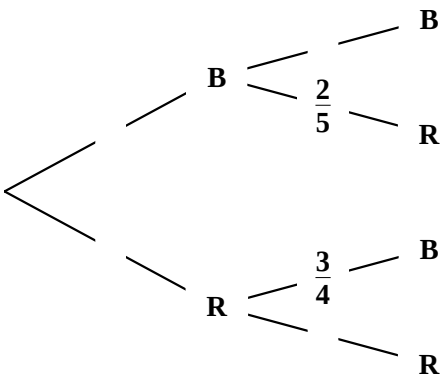
$S_n$ يساوي:

أ) $\frac{n^2-1}{2}$ **ب)** $\frac{n^2+1}{2}$ **جـ )** $\frac{n^2}{2}$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .

**1)** أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.




$B$ يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و $R$ إلى الحصول على كرية حمراء.

**ب.** احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء.

**2)** ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي $X$ .

**ب.** بيّن أنّ: $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ .

**جـ.** احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ .


www.deepbac.com

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

المتتالية العددية $(u_n)$ معرفة كما يلي: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=3u_n-2n+3$

**1)** احسب كلا من $u_1$ و $u_2$ ثم خمّن اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$.

**2)** لتكن $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-n+1$ .

أ . بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 3 ، يُطلب حساب حدّها الأول.

**ب.** اكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة الحدّ العام $u_n$ بدلالة $n$ .

**جـ.** ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$.

**3)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ .

أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}+n^2-n-3\right)$.

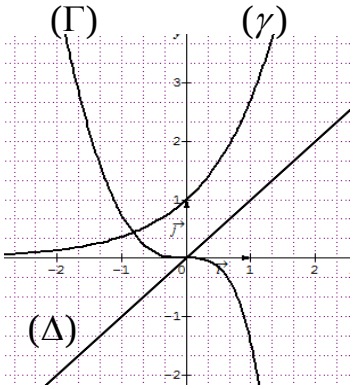
**ب.** احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I)** المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

في الشّكل المرفق، $(\Gamma)$ المنحنى الممثِّل للدّالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^2+2x-2xe^x$

$(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة: $y=x$ و $(\gamma)$ المنحنى الممثل للدالة: $x\mapsto e^x$.




**بقراءة بيانية:**

**1)** برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $e^x-x>0$

**2)** حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي $x$ اشارة $g(x)$ علما أنّ $g(0)=0$ .

**II)** الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x}$ .

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

**1)** بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ فسّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

**2)** أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون: $f'(x)=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$ .

**ب.** استنتج اتجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ . اكتب معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ في النّقطة $A$ ذات الفاصلة 0.

**ب.** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ يكون: $f(x)-(2x+1)=\frac{g(x)}{e^x-x}$ .

**جـ.** استنتج الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(T)$ على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثّل النقطة $A$ بالنسبة إلى $(C_f)$؟

**4)** بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق أنّ: $-0.6<\alpha<-0.5$ .

**5)** أنشئ المماس $(T)$ والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى $(C_f)$.

**انتهى الموضوع الثاني**



www.deepbac.com