| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجم |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط)** | | |
| **1)** أ) تبيان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n > 1$ : . | **0.75×2** | |
| ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ واستنتاج تقاربها : | | |
| $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ..... | **0.50** | |
| بما أن $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة ..... | **0.50** | |
| **2)** إثبات أن المتتالية $(v_n)$ حسابية وتعيين أساسها وحدها الأول : | | |
| من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1} - v_n = -\ln 5$ ..... | **0.25** | |
| حدها الأول $v_0$ : $v_0 = \ln(12)$ ..... | **0.25** | **04** |
| **3)** كتابة $v_n$ بدلالة $n$ : $v_n = \ln\left(\frac{12}{5^n}\right)$ ..... | **0.25** | |
| تبيان أن $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$ ..... | **0.25** | |
| حساب نهاية المتتالية $(u_n)$ : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ ..... | **0.25** | |
| **4)** تبيان أن : $(u_0-1)(u_1-1)\times\ldots\times(u_n-1) = \left(\frac{12}{5^{\frac{n}{2}}}\right)^{n+1}$ ..... | **0.25** | |
| **التمرين الثاني: (04 نقاط)** | | |
| **1)** تبيان أن : $P(A) = \frac{31}{66}$ ..... | **01** | |
| $P(B) = \frac{17}{33}$ ..... | **01** | **3.75** |
| **2)** احتمال أن تحملا نفس الرقم: $P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{15}{31}$ ..... | **0.25** | |
| **3)** أ) قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ : | | |
| $x_i$ : 3 ; 4 ; 5 ---------- | **025×3** | |
| $P(X=x_i)$ : $\frac{10}{66}$ ; $\frac{35}{66}$ ; $\frac{21}{66}$ ---------- | **0.25×3** | |
| الأمل الرياضياتي $E(X) = \frac{275}{66}$ ..... | **0.25** | **0.25** |



www.deepbac.com

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| I. حلول المعادلة هي : $2+i$ , $2-i$ , $i$ ..... | **0.5×3** | **05** |
| II. **1)** $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ..... | **0.75** | |
| المثلث $ABC$ قائم في $C$ ومتساوي الساقين..... | **0.50** | |
| **2)**- أ) $(E)$ هي محور القطعة $[BC]$ ..... | **0.75** | |
| - ب) $f(i) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ و $[f(i)]^{1440} \in \mathbb{R}^+$ ..... | **0.75** | |
| **3)**- أ) $z_D = 4+i$ و $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_D} = -1$ أي $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA}$ .النقط في استقامية..... | **0.5** | |
| - ب) $D$ هي صورة $A$ بتحاك مركزه $C$ ونسبته $-1$ أو بدوران مركزه $C$ وزاويته $\pi$ ..... | **0.25** | |
| أو بتناظر مركزي بالنسبة لـ $C$ أو بتشابه مباشر نسبته 1 مركزه $C$ وزاويته $\pi$ | | |
| **التمرين الرابع:** (07 نقاط) | | |
| **1)** أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = +\infty$ ..... | **0.5×3** | **2.5** |
| التفسير الهندسي: $x=0$ و $x=2$ معادلتين للمستقيمين المقاربين للمنحنى $(C_f)$..... | **0.25×2** | |
| ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ..... | **0.5** | |
| **2)** اتجاه تغير الدّالة $f$ : لدينا $f'(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x-2)^2}$ ..... | **0.5** | **01.75** |
| إشارة $f'(x)$ ..... | **0.50** | |
| $f$ متزايدة تماما على كلّ من المجالين: $]4;+\infty[$ و $]0;1[$ و $f$ متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]1;2]$ و $[2;4[$ وتشكيل جدول التغيرات | **3×0.25** | |
| **3)** أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - \ln x\right) = 0$ | **0.5** | **0.75** |
| التّفسير البياني: $(\Gamma)$ منحنى مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$. | **0.25** | |
| ب) وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المنحنى $(\Gamma)$ : لدينا $f(x) - \ln x = \frac{1}{x-2}$ | **0.5** | **0.5** |
| إذن: على المجال $]0;2[$ : $(C_f)$ يقع تحت $(\Gamma)$ | | |
| وعلى المجال $]2;+\infty[$ : $(C_f)$ يقع فوق $(\Gamma)$. | | |
| **4)** الرسم..... | **0.5** | **0.5** |



www.deepbac.com

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **5)** أ) باستعمال المكاملة بالتّجزئة نجد : $H(x)=\int_3^x(\ln t)dt=-x+3+x\ln x-3\ln 3$. | **0.25** | **0.5** |
| ب) المساحة $\mathcal{A}=(-1+9\ln 2-3\ln 3)\ (u.a)$. . | **0.25** | |
| ..... | | |
| **6)** $g$ الدّالة المعرَّفة على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ : $g(x)=f(-2x)$ . | **0.25** | **0.5** |
| $g'(x)=-2f'(-2x)$ | | |
| الدالة $g$ متناقصة على $\left]-\infty;-2\right[\cup\left]\frac{-1}{2};0\right[$ ومتزايدة على $]-2;-1[\cup\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ | **0.25** | |



www.deepbac.com

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط)** | | |
| 1)عدد الامكانيات هو 120 ، | **0.5** | **02.5** |
| قانون الاحتمال: . قيم $X$ هي 0،1، 2 ، 4 ، 8 مع احتمالاتها | **01.5** | |
| الامل الرياضياتي هو $\frac{231}{120}$ | **0.50** | |
| 2)احتمال الحصول على 3كريات تحمل كل منها رقما زوجيا $\frac{7}{24}$ | **01** | **01** |
| 3)احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن الجداء زوجي هو $\frac{1}{2}$ | **0.25×2** | **0.5** |
| **التمرين الثاني: (04 نقاط)** | | |
| **1)** أ ) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$ ومنه الدّالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[4;7[$. | **0.75** | **01.25** |
| ب) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $[4;7[$ يكون: $f(x)\in[4;7[$ | **0.5** | |
| **2)** $f(x)-x=\frac{-x^2+9x-14}{\sqrt{x+2}+x-4}$ ومن أجل كلّ $x$ من المجال $[4;7[$ : $f(x)-x>0$ . | **0.75** | **0.75** |
| **3)** أ) برهان بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $4\le u_n<7$ . | **0.75** | **01.25** |
| ب) لدينا: $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$ إذن: $u_{n+1}-u_n>0$ ومنه : $(u_n)$متزايدة تماما. | **0.25** | |
| $(u_n)$ متقاربة. | **0.25** | |
| **4)** أ) **برهان** أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $7-u_{n+1}<\frac{1}{4}(7-u_n)$ . | **0.25** | **0.75** |
| ب) استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $0<7-u_n<\frac{3}{4^n}$ | **0.25** | |
| و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=7$ حسب مبرهنة الحصر. | **0.25** | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| **1)** أ) الشكل الآسي لـ $z_A$ . | **01** | **01.5** |
| ب) حساب $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$ | **0.5** | |
| **2)** أ) حساب $z_D$صورة $B$ بواسطة $T$ | **0.75** | **01.5** |
| ب) الرّباعي $ABDC$ متوازي أضلاع. | **0.75** | |
| **3)** الشكل الأسّي للعدد المركب $z_C-z_A$ هو $6\sqrt{2}e^{i\frac{4\pi}{3}}$ . | **0.75** | **0.75** |
| **4)** لدينا $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n=e^{-in\frac{\pi}{3}}$ | **0.5** | **0.5** |
| $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n$ عدد حقيقي يعني أن: $n=-3k$ حيث $k\in\mathbb{Z}_-$ . | | |



www.deepbac.com

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **5)** $M$ نقطة كيفية من المستوي لاحقتها $z$ تختلف عن $A$ و $C$.<br>$(E)$ هي المستقيم $(AC)$ باستثناء القطعة المستقيمة $[AC]$ أي أن $(E)=(AC)-[AC]$ | **0.75** | **0.75** |
| **التمرين الرابع: (07 نقاط)** | | |
| **1) أ)** دراسة اتجاه تغيّر الدالة $g$ : ليكن $x\in\mathbb{R}$ : $g'(x)=e^x-e$ | **0.5×2** | **02** |
| **ب)** الدالة $g$ تقبل قيمة حدّية صغرى:<br>لدينا $g(1)=e^1-e=0$ اذن من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ : $g(x)\geq 0$ | **0.5×2** | |
| **2)** دراسة اتجاه تغيّر الدالة $f$ : ليكن $x\in\mathbb{R}$ : $f'(x)=e^x-ex=g(x)$ . | **0,50** | **01** |
| لدينا $f'(1)=g(1)=0$ ومن أجل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ : $g(x)>0$ أي $f'(x)>0$ إذاً الدالة $f$ متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$. | **0,50** | |
| **3)** حساب كلاً من $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ :<br>$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}e^x-\frac{1}{2}ex^2=-\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}-\frac{1}{2}ex^2=-\infty$ . | **0.25** | **0.75** |
| $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-\frac{1}{2}ex^2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\left(\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{2}e\right)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2=+\infty$<br>و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$ . | **0.25** | |
| جدول التغيرات | **0.25** | |
| **4)** دراسة الوضعية النسبية للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$.<br>ليكن $x\in\mathbb{R}$ : $f(x)-g(x)=ex\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$ | **0,50** | **0.50** |
| $x\in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$ : $(\mathcal{C}_f)$ تحت $(\mathcal{C}_g)$<br>$x\in]0;2[$ : $(\mathcal{C}_f)$ فوق $(\mathcal{C}_g)$<br>$x\in\{0;2\}$ : $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ متقاطعان | **0,75** | **0.75** |
| **5)** الرسم : $(\mathcal{C}_f)$ ..... | **0.25** | **0.50** |
| $(\mathcal{C}_g)$ ..... | **0.25** | |



www.deepbac.com

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **6)** حساب بالسنتمتر المربّع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$.<br>$A=\int_0^2[g(x)-f(x)]dx=\int_0^2\left(-\frac{1}{2}ex^2+ex\right)dx=\left[-\frac{1}{6}ex^3+\frac{1}{2}ex^2\right]_0^2$<br>$A=-\frac{8e}{6}+\frac{4e}{2}=-\frac{4e}{3}+2e=\frac{2e}{3}ua$ | **0.25** | **0.5** |
| $A=\frac{8e}{3}cm^2$ | **0.25** | |
| **7)** أ) $h$ دالة زوجية..... | **0.25** | **01** |
| ب) حساب $h(x)+f(x)$ ..... | **0.25** | |
| استنتاج كيفية رسم $(\Gamma)$ انطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$..... | **0.25** | |
| الرسم..... | **0.25** | |



www.deepbac.com