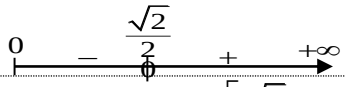
عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (**04** نقاط)		
1) $\overrightarrow{n_{(P)}}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P)، $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P'). $\overrightarrow{n_{(P)}}$ و $\overrightarrow{n_{(P')}}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم.	**0,75**	**04**
2) $d(M,(P))=d(M,(P'))$ معناه $\frac{\lvert 2x+y-z+1\rvert}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{\lvert x-2y+z-2\rvert}{\sqrt{1+4+1}}$ أي $\lvert 2x+y-z+1\rvert=\lvert x-2y+z-2\rvert$ أي $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$. ومنه مجموعة النقط (Γ) هي إتحاد مستويين معادلتيهما: $x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$.	**0,50**	
3) $A(1;2;0)$، $3x_A-y_A-1=0$ أو $d(A,(P))=d(A,(P'))=\frac{5}{\sqrt{6}}$ ومنه $A\in(\Gamma)$.	**0,25**	
4) أ. $(AH):\begin{cases}x=2t+1\\y=t+2\\z=-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ ؛ $(AH'):\begin{cases}x=t'+1\\y=-2t'+2\\z=t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$. (تقبل أيّ تمثيلات وسيطية صحيحة) .	**0,50**	
ب . نعوّض في معادلة (P): نجد $t=-\frac{5}{6}$ و منه $H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6}\right)$. نعوّض في معادلة (P'): نجد $t'=\frac{5}{6}$ و منه $H'\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$.	**01**	
5) $I\left(\frac{7}{12};\frac{3}{4};\frac{5}{6}\right)$.	**0,25**	
المثلث AHH' متساوي الساقين $AH=AH'$ ومنه $S_{AHH'}=\frac{1}{2}(HH'\times AI)(u.a)$ $\overrightarrow{HH'}\left(\frac{15}{6};-\frac{5}{6};0\right)$ ؛ $HH'=\frac{5\sqrt{10}}{6}$ ؛ $\overrightarrow{AI}\left(-\frac{5}{12};-\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$ و منه : $AI=\frac{5\sqrt{14}}{12}$ ، وبالتالي $S_{AHH'}=\frac{25}{72}\sqrt{35}(u.a)$.	**0,75**	
التمرين الثاني: (**05** نقاط)		**02**
I) 1) أ. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	**0,25**	
ب . من أجل كل $x\in[0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ إذن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	**0,25**	
. جدول التغيّرات:	**0,25**	
2) $\begin{cases}y=f(x)\\y=x\end{cases}$ أي $\begin{cases}\sqrt{2x+8}=x\\x\geq 0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x^2-2x-8=0\\x\geq 0\end{cases}$ ($x_1=-2$ مرفوض) ، $x_2=4$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $A(4;4)$.	**0,25**	
3) رسم (C_f) و (Δ):	**0,50**	
II) 1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل .	**0,50**	

www.deepbac.com

عناصر الاجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) التخمين: نلاحظ $u_0<u_1<u_2<u_3$ إذن يبدو أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأنها متقاربة وتتقارب نحو العدد 4.	0,25	03
3) أ. لدينا $u_0=0$ ومنه $0\le u_0<4$ نفرض أنّ $0\le u_n<4$ و منه $f(0)\le f(u_n)<f(4)$ أي $0\le 2\sqrt{2}\le u_{n+1}<4$ أي $0\le u_{n+1}<4$ وهذا هو المطلوب.	0,75	
ب. من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{2u_n+8}-u_n=\dfrac{(4-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ بما أن $0\le u_n<4$ فإن $u_{n+1}-u_n>0$ وعليه فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما.	0,50	
جـ. من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $4-u_{n+1}=4-\sqrt{2u_n+8}=\dfrac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$ ومنه $4+\sqrt{2u_n+8}\ge 4$ إذن $\dfrac{1}{4+\sqrt{2u_n+8}}\le\dfrac{1}{4}$ $4-u_{n+1}\le\dfrac{2(4-u_n)}{4}$ و بالتالي: من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $4-u_{n+1}\le\dfrac{1}{2}(4-u_n)$.	0,50	
$4-u_1\le\dfrac{1}{2}(4-u_0)$؛ $4-u_2\le\dfrac{1}{2}(4-u_1)$ ؛ ... ؛ $4-u_n\le\dfrac{1}{2}(4-u_{n-1})$ بالضرب طرف إلى طرف نجد: $(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^n(4-u_0)(4-u_1)...(4-u_{n-1})$ إذن $4-u_n\le\dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$ (تقبل أيّ طريقة أخرى) .	0,50	
د) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{2^n}(4-u_0)=0$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $0<4-u_n\le\dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}(4-u_n)=0$ أي $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$.	0,50	
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		02,75
1) $z'=z$ معناه $z-2=z(z-1)$ مع $z\neq 1$ أي $z^2-2z+2=0$ مع $z\neq 1$ ؛ $\Delta=(2i)^2$ و $z_1=1-i$ ، $z_2=1+i$.	0,75	
2) أ . $\dfrac{z_2}{z_1}=\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
ب - $\dfrac{z_2}{z_1}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، R الدوران الذي مركزه O و $\dfrac{\pi}{2}$ زاوية له. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	
3) $\arg(z')=\arg\left(\dfrac{z-z_C}{z-z_D}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi : z'\neq 0$ ؛ $(k\in\mathbb{Z})$ ، $\left(\overrightarrow{DM};\overrightarrow{CM}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ أو $z'=0$ أي $z=2$ و $M=C$. إذن (Γ) مجموعة النقط M هي الدائرة التي قطرها $[CD]$ باستثناء النقطة D. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	
إنشاء المجموعة (Γ):	0,25	

www.deepbac.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ - $S = h \circ R$ ؛ h تحاك مركزه O نسبته 2 و R دوران مركزه O زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن S التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.	**0,50**	**01,75**
ب - $z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ أي $z' = 2iz$.	**0,25**	
جـ - $(\Gamma') = S(\Gamma)$ إذن (Γ') هي الدائرة التي قطرها $[C'D']$ باستثناء النقطة D' حيث $C' = S(C)$ و $D' = S(D)$ أي $z_{C'} = 4i$ و $z_{D'} = 2i$. (تُقبل أي طريقة أخرى).	**0,75**	
- إنشاء (Γ').	**0,25**	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		**06**
I) 1) $g'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$: 	**0,50**	
الدالة g متناقصة تماما على $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$.	**0,25**	
2) $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 1,85$ ؛ من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $g(x) > g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ إذن $g(x) > 0$.	**0,5**	
II) 1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.	**0,50**	
2) أ . من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} + 1 = \frac{g(x)}{x^2}$.	**0,25**	
إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$: إذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) > 0$.	**0,25**	
ب . جدول تغيّرات الدالة f .	**0,25**	
3) معادلة المماس لـ (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي : $(T) : y = 2x - 2$.	**0,25**	
4) أ . $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (x-1) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ إذن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) عند $+\infty$ معادلة له : $y = x - 1$.	**0,25**	
ب . وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) : إشارة $f(x) - (x-1) = \frac{\ln x}{x}$ و الوضعية	**0,50**	
5) رسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C).	**0,75**	
6) أ . $y_A = mx_A - m$ أي $0 = m \times 1 - m$	**0,25**	
ب . المناقشة بيانيا : من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، المستقيم ذو المعادلة $y = mx - m$ يشمل النقطة $A(1;0)$. (Δ_m) معامل توجيهه m و (Δ) معامل توجيهه 1 و (T) معامل توجيهه 2 . – إذا كان $m \leq 1$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. – إذا كان $1 < m < 2$ أو $m > 2$ فإنّ المعادلة تقبل حلين متمايزين (1 و آخر) – إذا كان $m = 2$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا (هو 1).	**0,50**	
7) أ . الدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.	**0,25**	
ب - $u.a = \left(\int_1^n \frac{\ln x}{x} dx\right) u.a$ أي : $I_n = \left(\int_1^n (f(x) - (x-1)) dx\right) u.a$. $I_n = \left(\frac{1}{2}(\ln n)^2\right) u.a$	**0,75**	

www.deepbac.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
جـ - أصغر قيمة لـ n_0 بحيث إذا كان $n > n_0$ فإنّ $I_n > 2$. $I_n > 2$ معناه $(\ln n)^2 > 4$ أي $n > e^2$ وعليه: أصغر قيمة لـ n_0 هي: $n_0 = 8$.	0,50	0,50
التمرين الأول: (04,5 نقطة)		04,5
1-أ) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') هو : $(\Delta'): \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$	0,50	
ب) نبين أنّ $(\Delta') \perp (\Delta)$ ، $(\Delta) \cap (\Delta') = \{C\}$ حيث : $C(1;1;0)$.	01	
2-أ) نبيّن أنّ : $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي لـ (P) يكفي أن نبيّن أنّ $\vec{u} \perp \vec{n}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}$	0,50	
معادلة المستوي (P) هي : $2x + 11y - 7z - 13 = 0$.	0,50	
ب) نبيّن أن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) :لدينا $C \in (P)$ و $\vec{n} = \overrightarrow{BC}(2;11;-7)$. (تُقبل أيّ طريقة أخرى صحيحة).	0,50	
3-أ) إثبات أنّ (P') هي مستو: المستوي (P') مزود بالمعلم $(B;\vec{w},\vec{v})$ حيث $B(3;12;-7)$ و $\vec{W}(0;12;-6)$ و $\vec{V}(-1;9;-11)$ والشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{V}$ غير مرتبطين خطيا ، معادلة المستوي (P') هي: $-13x + y + 2z + 41 = 0$.	0,50	
ب) $(P') \cap (\Delta) = \{D\}$ و $(P') \cap (\Delta') = \{E\}$ حيث: $D(4;3;4)$ و $E(3;0;-1)$.	0,50	
جـ) حجم رباعي الوجوه $BCDE$: $V_{BCDE} = \frac{1}{3} S_{CDE} \times CB = \frac{1}{6} \times CD \times CE \times CB$. ومنه : $V_{BCDE} = 29\, u.v$.	0,50	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		03,5
I) 1- أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$.	0,25	
ب. $f'(x) = \frac{10}{(x+2)^2}$ و منه $f'(x) > 0$ أي f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. جدول تغيّرات الدالة f .	0,25 0,25	
2) تبيان أنّ: من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $f(x) \geq 0$.	0,25	
II) 1 - أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 3$.	0,5	
ب. دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n(u_n - 3)}{u_n + 2} \geq 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$. بما أنّ (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.	0,25 0,25	
2- أ. البرهان أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{5}$ ، $v_0 = -2$.	0,50	
ب. من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = -2\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n = \frac{3}{1 + 2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$.	0,75	
جـ. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3$.	0,25	

www.deepbac.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3- حساب S_n: $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_n}=\frac{1}{3}\left[(1+1+...+1)-(v_0+v_1+...+v_n)\right]$ ومنه $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)-\left(v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)\right]$ أي أنّ : $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)+\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)\right]$.	0,50	0,50
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		04,5
1- حلول المعادلة في $\mathbb{C}$ هي: $z_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_3=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.	0,75	
2- أ) كتابة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي: $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{7\pi}{6}}$.	0,75	
ب) تبيان أنّه، يوجد تشابه مباشر S :لدينا $z_A-z_B=i\sqrt{3}(z_C-z_B)$.	0,25	
جـ) نسبة التشابه المباشر S هي $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ صيغته المركبة هي: $z'-z_B=i\sqrt{3}(z-z_B)$	0,75	
3-أ) لاحقة D : لدينا: $z_D-z_C=z_A-z_B$ ومنه: $z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ الرباعي $ABCD$ مستطيل.	0,75	
ب) تعيّين المجموعة (E) :لدينا $\left\|z-z_A\right\|=\left\|\overline{z-z_C}\right\|$ تكافئ $\left\|z-z_A\right\|=\left\|\overline{z}-z_B\right\|$ وتكافئ $\left\|z-z_A\right\|=\left\|z-z_C\right\|$ ومنه $AM=CM$ وعليه (E) هي المستقيم المحوري لـ $[AC]$	0,50	
جـ) المجوعة (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها لدينا : $\sqrt{3}$ النقطة A تنتمي إلى (Γ) لأنّ $AB=\sqrt{3}$.	0,75	
التمرين الرابع : (07 نقاط)		04
I) 1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$.	0,50	
ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x)=(-x^2+x+2)e^{-x}$ ومنه : $g'(x)\le0$ من أجل $x\in]-\infty;-1]\cup[2;+\infty[$ و $g'(x)\ge0$ من أجل $x\in[-1;2]$ و هذا يعني أنّ الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-1;2]$. جدول التغيّرات للدالة g.	01	
2- أ) تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1,52<\alpha<-1,51$.(مبرهنة القيم المتوسطة) .	0,75	
ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(x)\le0$ من أجل $x\in[\alpha;0]$. $g(x)\ge0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha]\cup[0;+\infty[$.	0,25	
II -1- أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.	0,50	
ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.	0,25	
جـ) تشكّيل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$.	0,25	
د) تعيين : $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$ ، النتيجة :المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α معامل توجيهه معدوم (يوازي حامل محور الفواصل) .	0,25 0,25	

www.deepbac.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2- أ) تبيان أنّ (Δ) مستقيم مقار بمائل لـ (C_f): $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}=0$	0,50	03
ب) دراسة الوضعية النسبية: (C_f) يقطع (Δ) عند النقطتين $A(-1;1)$ و $B(-2;2)$ و (C_f) يقع فوق (Δ) من اجل $x\in]-\infty;-2]\cup[-1:+\infty[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in[-2;-1]$.	0,25	
ج) تبيّان أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيتاهما. لدينا : $f''(x)=-g'(x)$ و منه $f''(x)=0$ من أجل $x=-1$ أو $x=2$ و بالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ و $C\left(2;-2+\frac{12}{e^2}\right)$.	0,50	
د) رسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.	0,50	
هـ) المناقشة البيانية :لدينا $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ تكافئ $f(x)=-m$.	0,50	
III) 1- من أجل كل x من $\mathbb{R}$:لدينا $H'(x)=h(x)$ ومنه $H(x)=\left(-x^2-5x-7\right)e^{-x}$.	0,25	
2- حساب: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx=\left[H(x)\right]_0^{\lambda}=\left(-\lambda^2-5\lambda-7\right)e^{-\lambda}+7$. النتيجة $A(\lambda)$ هي مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات: (C_f) ، $x=\lambda$ و $x=0$. $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=7$.	0,25 + 0,25	

www.deepbac.com