| (الموضوع الأول) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04,5 نقطة)** | | |
| **1.** النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية لأن $\overrightarrow{AB}(-1;1;2)$ و $\overrightarrow{AC}(1;2;1)$ | 0,75 | **04,5 نقطة** |
| إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x-y+z-1=0$ | 0,5 | |
| **2.** المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع ، $AB=AC=BC=\sqrt{6}$ | 0,5 | |
| $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\widehat{A}=\frac{3\sqrt{3}}{2}ua$ | 0,5 | |
| **3.** التمثيل الوسيطي للمستقيم $(\Delta)$ هو: $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=4+t\end{cases}$ ; $(t\in\mathbb{R})$ | 0,5 | |
| **4. أ -** $E\in(\Delta)\cap(ABC)$ ومنه $E(0;2;3)$ | 0,5 | |
| $d(D;(ABC))=\sqrt{3}$ أو $ED=\sqrt{3}$ | 0,5 | |
| **ب -** المركزان هما $D$ و $D'(-1;3;2)$ نظيرة $D$ بالنسبة إلى $E$ | 0,25 | |
| **5.** $V_{ABCD}=\frac{3}{2}uv$ | 0,5 | |
| **التمرين الثاني: (04,5 نقطة)** | | |
| **I)** $\alpha=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\beta=i\sqrt{3}$ | 0,5 | **04,5 نقطة** |
| **II) 1. أ -** $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ | 0,75 | |
| $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ ؛ $\frac{n\pi}{3}=(2k+1)\pi$ ومنه $n=6k+3;k\in\mathbb{N}$ | 0,25 | |
| **ب -** $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}=-\sqrt{3}-1$ وهو عدد حقيقي | 0,25 | |
| **2. أ -** $\frac{z_A}{z_D}=\sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}}=\frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له | 0,75 | |
| **ب -** $\frac{z_A}{z_D}=\frac{\sqrt{3}-3}{4}+i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$ | 0,75 | |
| $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ، $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ | 1 | |
| **3.** مجموعة النقط $M$ هي نصف مستقيم $[OA)$ $(z=\sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}}$ مع $k\in\mathbb{R}^+)$ | 0,25 | |



www.deepbac.com

| تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الثالث: (04,5 نقطة)** | | |
| **1.** $u_1=0$ ، $u_2=e^{-2}-1$ و $u_3=e^{-4}-1$. | 1 | |
| **2.** إثبات أن: $1+u_n>0$ باستعمال البرهان بالتراجع | 0,75 | |
| **3.** $u_{n+1}-u_n=\left(e^{-2}-1\right)\left(1+u_n\right)<0$ ومنه $(u_n)$ متناقصة تماما | 0,5 | |
| $(u_n)$ متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $-1$ | 0,25 | **4,50 نقطة** |
| **4.** أ - $v_{n+1}=e^{-2}v_n$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية ، $q=e^{-2}$ ، $v_0=3e^2$. | 01 | |
| ب - $v_n=3e^{-2n+2}$ | 0,25 | |
| $u_n=e^{-2n+2}-1$ | 0,25 | |
| $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$ | 0,25 | |
| جـ - $\ln v_0+\ln v_1+....+\ln v_n=(n+1)(\ln 3+2-n)$ | 0,25 | |
| **التمرين الرابع: (06,5 نقطة)** | | |
| **I) 1.** الوضع النسبي لـ $(\gamma)$ و $(\Delta)$ | 0,5 | |
| **2.** $g(x)<0$ لمّا $x\in]0;\alpha[$ و $g(x)>0$ لمّا $x\in]\alpha;+\infty[$ و $g(\alpha)=0$ | 0,5 | |
| **3.** $g(2,2)\approx-0,0115$ ، $g(2,3)\approx0,13$ ومنه $g(2,2)\times g(2,3)<0$ | 1 | |
| **II) 1.** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)=+\infty$ | 0,5 | **06,5 نقطة** |
| **2.** التحقق من $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ | 0,5 | |
| جدول التغيرات | 0,25 | |
| **3.** $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ | 0,5 | |
| $-0,768<f(\alpha)<-0,626$ يقبل أي حصر صحيح | 0,25 | |
| **4.** $(C_f)$ فوق محور الفواصل على كل من $]1\ ;\ 0[$ و $]e^2;+\infty[$ وتحته على $]1;e^2[$ ويتقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و $e^2$. | 0,75 | |
| إنشاء المنحنى على المجال $]0\ ;\ e^2]$ | 0,5 | |
| **III) 1.** $F'(x)=f(x)=0$ ومنه $x=1$ أو $x=e^2$. | 0,25 | |
| **2.** $u(x)=x\ln x-x$ ومنه $u'(x)=\ln x$ | 0,5 | |
| عبارة $F(x)$ : $F(x)=(2+x)\ln x-\dfrac{1}{2}(\ln x)^2-3x$ | 0,5 | |



www.deepbac.com

| (الموضوع الثاني) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط)** | | **04 نقاط** |
| **1.** صحيح : $\overrightarrow{AB}(-2;0;-4)\wedge\overrightarrow{AC}(1;-3;-4)$ | 0,75 | |
| **2.** صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x+2y-z-11=0$ | 0,75 | |
| **3.** خطأ : الشعاع $\overrightarrow{DE}(2;2;1)$ ليس ناظميا للمستوي $(ABC)$ | 0,75 | |
| **4.** خطأ : $D$ لا تنتمي إلى المستوي $(ABC)$ | 0,5 | |
| **5.** صحيح : إحداثيات النقطتين $C$ و $D$ تحقق التمثيل الوسيطي | 0,75 | |
| **6.** صحيح : لأن النقط $A$، $B$، $I$ في استقامية أو $(3\overrightarrow{IA}+7\overrightarrow{IB}=\vec{0})$ | 0,5 | |
| **التمرين الثاني: (05 نقاط)** | | **05 نقاط** |
| **1. أ -** $z_B=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=2e^{i\frac{3\pi}{2}}=2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | 1 | |
| **ب -** $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$ إذاً $A$، $B$ و $C$ تنتمي إلى $(\gamma)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2 | 0,5 | |
| **جـ -** الإنشاء | 0,5 | |
| **2. أ -** التحقق أن: $\dfrac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ | 0,75 | |
| **ب -** المثلث متقايس الأضلاع $(AB=BC$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CB})=-\dfrac{\pi}{3})$ | 0,5 | |
| $O$ مركز ثقله $(z_A+z_B+z_C=0$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله) | 0,25 | |
| **جـ -** $(E)$ هي محور $[OA]$ مع الإنشاء | 0,75 | |
| **3. أ -** $\dfrac{z_A}{z_C}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذاً $\dfrac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران $r$. | 0,5 | |
| **ب -** $r(A)=B$ و $r(O)=O$ و $r$ يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة $(E)$ هي محور $[OB]$ بـ $r$ أو أية طريقة أخرى. | 0,25 | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | **03 نقاط** |
| **I) 1.** $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ | 0,5 | |
| **2.** $f(x)-x=\dfrac{-x^2+3x+1}{x+1}$ ؛ $f(\alpha)=\alpha$ حيث $\alpha=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$. على $[0;\alpha[$ ، $(C_f)$ فوق $(D)$ ؛ وعلى $[\alpha;+\infty[$ ، $(C_f)$ تحت $(D)$ ويتقاطعان في $A(\alpha;\alpha)$. | 0,5 | |
| **3.** الرسم | 0,75 | |
| **II) 1.** أ - تمثيل الحدود | 0,75 | |
| **ب -** $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة ؛ $(v_n)$ متناقصة تماما ومتقاربة | 0,5 | |


www.deepbac.com

| تابع للموضوع الثاني — عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| 2. أ - إثبات بالتراجع لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $2 \le u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \le 5$ أو أية طريقة أخرى | 0,5 | 02 نقاط |
| ب - استنتاج اتجاه التغير | 0,5 | |
| 3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \le \frac{1}{3}(v_n - u_n)$ | 0,25 | |
| ب - تبيان $0 < v_n - u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ | 0,25 | |
| جـ - استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - u_n) = 0$ | 0,25 | |
| $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \alpha$ | 0,25 | |
| **التمرين الرابع (06 نقاط)** | | 06 نقاط |
| I) 1. $g'(x) = -2\left(1+e^{2x-2}\right) < 0$ ومنه $g$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ | 0,75 | |
| 2. $g$ مستمرة متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و $g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ | 0,5 | |
| $g(0,36) \approx 0,002$ ؛ $g(0,37) \approx -0,02$ | 0,5 | |
| 3. $g(x) < 0$ لمّا $x \in ]\alpha;+\infty[$ و $g(x) > 0$ لمّا $x \in ]-\infty;\alpha[$ و $g(\alpha) = 0$ | 0,5 | |
| II) 1. أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$ | 0,5 | |
| ب - $g(-x) < 0$ لمّا $x \in ]-\infty;-\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لمّا $x \in ]-\alpha;+\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$ | 0,25 | |
| $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$ . | 0,25 | |
| 2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ | 0,5 | |
| جدول التغيرات | 0,25 | |
| 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x) + x - 1\right) = 0$ | 0,25 | |
| $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$ | 0,25 | |
| 4. $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $[0;+\infty[$ وتحته على $]-\infty;0]$ | 0,25 | |
| 5. إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$ | 0,5 | |
| 6. أ - لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$ | 0,5 | |
| ب - $F(x) = \frac{1}{2}\left[-f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2}\right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث: $F$ دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$. | 0,25 | |

**ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.**



www.deepbac.com